لیزر در پزشکی؛ ۱۳۹۷، دورهٔ ۱۵، شمارهٔ ٤، صفحات: ۲۵-۲۰ .

مقاله پژوهشی

مد اپتیکی جایگزیده در زیست-حسگرهای فوتونیکی

جاوید ضیائی [۱]
حمید مولایی‌نسب [۲]
مهدی خداویردی زاده [۳]
سهراب بهنیا [٤]

خلاصه

مقدمه: در سال‌های اخیر توجه زیادی به فناوری بلورهای فوتونیکی معطوف شده است. امکان ساخت حسگرهای با حساسیت بالا از مهم-ترین کاربردهای بلورهای فوتونیکی در شاخهٔ پزشکی است. افزون‌براین، تولید کم‌هزینهٔ زیست‌حسگرهای بلور فوتونیکی از دیگر مزایای آن‌ها به‌شمار می‌رود. ازدیگرسو، گذار بین حالت‌های جایگزیده و ناجایگزیده از موضوع‌های مورد علاقه در سال‌های اخیر بوده است. مطالعهٔ حاضر گذار بین این حالت‌ها را برای یک بلور فوتونیکی غیر متناوب مورد مطالعه قرار می‌دهد. هدف از انجام مطالعه، بررسی امکان جایگزیدگی نور در چنین بلورهایی است. بدین منظور مدل تنگ-بست یک‌بعدی با درنظرگرفتن جهش فوتون به دومین همسایگی نزدیک درنظر گرفته می‌شود. نتایج حاصل از نظریهٔ جایگزیدگی بیانگر این است که برای ثابت جهش صفر، فوتون جایگزیده می‌باشد و با افزایش مقدار ثابت جهش به همسایهٔ دوم، طول جایگزیدگی فوتون افزایش می‌یابد و تابع موج فوتون گسترده می‌شود. درمقابل، مشاهدات حاصل از نظریهٔ آشوب کوانتومی نشان می‌دهد که برای ثابت جهش صفر، تابع توزیع نسبت فاصلهٔ ترازی متوالی از تابع توزیع پواسونی تبعیت می‌کند و با افزایش مقدار ثابت جهش به سمت تابع توزیع ویگنر-دایسون میل می‌نماید درنتیجه در حالت گسترده، افت و خیز ترازهای انرژی با آمار آنسامبل جی اُ ئی توصیف می‌شود.

روش بررسی: مطالعهٔ رفتار الکتریکی ساختارهای بلوری دارای نقص در قالب نظریهٔ جایگزیدگی اندرسون ممکن است. در مطالعهٔ حاضر نیز با اساس قرار دادن این نظریه از روش ماتریس انتقال و طول جایگزیدگی به‌منظور بررسی رفتار جایگزیدهٔ فوتون در بلور فوتونیکی غیرمتناوب یک‌بعدی بهره می‌گیریم.

یافته‌ها: در پژوهش حاضر، طول جایگزیدگی توابع موج فوتونی به‌ازای مقادیر متفاوت انرژی و در حضور احتمال جهش به همسایهٔ دوم با شدت‌های متفاوت محاسبه شد. مطالعهٔ حاضر که برمبنای تعمیم مدل تنگ-بست انجام گرفته است، نشان می‌دهد در گسترهٔ خاصی از انرژی می‌توانیم شاهد گذار بین حالت‌های جایگزیده و ناجایگزیده باشیم و درنتیجه بلور فوتونیکی مورد مطالعه قابلیت انتقال فوتون را خواهد داشت.

نتیجه‌گیری: در پژوهش حاضر امکان جایگزیدگی فوتون در یک بلور فوتونیکی غیرمتناوب یک‌بعدی مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به‌دست-آمده نشان می‌دهد در شرایط خاصی می‌توان شاهد گذار بین حالت‌های گسترده و جایگزیده بود که همین موضوع اتفاق امیدوارکننده‌ای در حوزهٔ ساخت نانوابزارهای فوتونیکی به‌منظور کاربرد در حوزهٔ پزشکی می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: بلور فوتونیکی، نظریهٔ آشوب کوانتومی، توزیع نسبت فاصلهٔ ترازی متوالی، گذار جایگزیده-ناجایگزیده، طول جایگزیدگی

۱. *دکتری، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد ارومیه، دانشگاه آزاد اسلامی، ارومیه، ایران*
۲. *کارشناسی ارشد، گروه فیزیک دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران*
۳. *مربی، مهندسی اپتیک و لیزر، گروه مهندسی برق، دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران*
۴. *استاد، گروه فیزیک دانشگاه صنعتی ارومیه، ارومیه، ایران*

نویسندهٔ مسئول: جاوید ضیائی، تلفن: ۰۹۱۴۹۳۸۴۸۳۸
پست الکترونیک: javid.ziaei@gmail.com

مقدمه

در طول دهۀ گذشته، پیشرفت در مدارهای مجتمع[1] تحول شگرفی را در حوزۀ نوآوری‌های فنی شکل داده است. در قرن پیش رو، زیست فناوری[2] در توسعه و بهبود استانداردهای زندگی نقش به‌سزایی ایفا خواهد کرد. دراین‌میان، زیست-حسگر[3]هایی که با پیشرفت‌های اخیر در حوزۀ اپتیک، فوتونیک و علوم مواد توسعه یافته‌اند، نقش بی‌بدیلی ایفا خواهند کرد. زیست-حسگرها می‌توانند در کاربردهای وسیعی ازجمله برهمکنش‌های زیست-مولکول‌ها و تشخیص بیماری‌ها مورد استفاده قرار گیرند. روش‌های تشخیص بدون برچسب برهمکنش‌های پروتئین-پروتئین و پروتئین-دی ان آ و همچنین پیوندهای پروتئین لیگاند در تشخیص بیماری‌ها اهمیت فراوانی دارند. بلورهای فوتونیکی می‌توانند این امکان را فراهم آورند. آن‌ها قادر هستند مولکول‌ها و پیوندهای بیماری‌زا با حجم نمونۀ کم را که غلظت کمی دارند، تشخیص دهند[۱].

بلورهای فوتونیکی که می‌توانند مدهای اپتیکی موضعی را ایجاد کنند، گزینۀ مناسبی برای بهبود برهمکنش نور-ماده هستند. بلورهای فوتونیکی ترکیب متناوبی از مواد دی‌الکتریک هستند که در ابعاد متناسب با طول‌موج فوتون تکرار می‌شوند. این محیط دی‌الکتریک متناوب کم اتلاف می‌تواند به‌منظور تولید گاف نواری فوتونیکی مورد استفاده قرار گیرد. این گاف نواری می‌تواند مانع انتشار نور در بسامدهای مشخصی گردد. ازطرف‌دیگر بلورهای فوتونیکی قادر به تولید مدهای اپتیکی هستند که می‌تواند نور را در داخل ساختار جایگزیده نماید. کشف ساختارهای دی‌الکتریکی که می‌توانند نور را جایگزیده کنند، یکی از دستاوردهای مهم در حوزۀ علم اپتیک به‌شمار می‌رود. ساختار باند سیستم‌های متناوب به‌طور وسیعی در مطالعات گذشته مورد مطالعه قرار گرفته است. در این مطالعه سعی داریم مطالعۀ خود را روی بلورهای فوتونیکی غیرمتناوب دارای نقص متمرکز کنیم[۲و۳].

درسال‌های اخیر، بررسی خواص رسانایی و انتقال الکتریکی در مقیاس نانو توجه بسیاری از محققان را به‌خود جلب کرده است[۴و۵]. مواد جامد واقعی ازجمله فلزات و آلیاژها همیشه شامل یک درجۀ خاص از اختلال‌های ناشی از ناخالصی‌ها و دررفتگی‌ها هستند، بدین ترتیب ترکیبات اتمی همیشه به‌دور از حالت ایدئال خود می‌باشند و درنتیجه خواص فیزیکی آن‌ها تا حد قابل‌توجهی با داده‌های تصادفی تعیین می‌شود[۶]. نظریۀ جایگزیدگی، خواص رسانایی مواد را در حضور ناخالصی تحلیل می‌کند. از این دیدگاه، سه رژیم انتقال وجود دارد: حالت فلزی، جایگزیده و بحرانی. در سال ۱۹۵۱ اندرسون پیشگویی کرد ناخالصی‌هایی که در یک شبکۀ کریستالی به‌صورت تصادفی توزیع‌شده‌اند، می‌توانند فوتون را در ناحیۀ مشخصی از فضا جایگزیده کنند[۷]. ازطرفی وی نشان داد زمانی که بی‌نظمی تا آستانۀ یک مقدار بحرانی افزایش یابد، تمام حالت‌های فوتونی تبدیل به عایق می‌شوند. بنابراین این سیستم‌ها می‌توانند با تغییر شدت بی‌نظمی تحت گذار عایق-رسانا قرار بگیرند. همچنین در سال ۱۹۷۹ آبراهام و همکاران[۸] نشان دادند که گذار عایق-رسانا فقط در سیستم‌های سه‌بعدی اتفاق می‌افتد و برای سیستم‌های یک‌بعدی و دوبعدی تابع موج‌های فوتونی در سیستم جایگزیده هستند. تا اینکه درسال ۱۹۸۱ پیشارد و سارما[۹] نشانه‌هایی از گذار عایق-رسانا را در سیستم‌های دوبعدی مشاهده کردند و در سال ۱۹۹۰ دیوید و فلیپ[۱۰] با بررسی یک سیستم یک‌بعدی تنگ‌بست با دو سایت انرژی غیرهمبسته نشان دادند که اگر یک یا هر دو سایت انرژی به‌صورت تصادفی بین دو مقدار مشخص اختیار شوند، تابع موج فوتون از حالت جایگزیده به گسترده تبدیل می‌شود. در بررسی سیستم‌های یک‌بعدی مورا و مارسلو[۱۱]با اعمال هم‌بستگی بلند برد بین اختلال‌های واردشده نشان دادند که تابع موج این سیستم‌ها گذاری از حالت عایق به حالت رسانا خواهد داشت. همچنین گذار عایق-رسانا را شیما و نمورا[۱۲]با بررسی طول جایگزیدگی فوتون با اختلال‌های قطری بلند برد در سیستم‌های یک‌بعدی تنگ‌بست مشاهده کردند. یکی دیگر از کارهایی که در این زمینه انجام شد بررسی سیستم‌های یک‌بعدی در شبکه‌های فوتونی است که با اعمال میدان‌های موهومی سیستم یک گذار عایق-رسانا غیر هرمیتی را تجربه خواهد کرد[۱۳]. در دهه‌های اخیر به‌دلیل اهمیت بسیار سیستم‌های کوانتومی محققان سعی در پیدا کردن مقادیر بحرانی برای گذار عایق-رسانا در سیستم‌های یک‌بعدی کرده‌اند که مرز بین منظم (جایگزیده) و نامنظم (گسترده) بودن سیستم دینامیکی را نشان می‌دهند. تئوری آشوب کوانتومی یکی از ابزارهای مهم برای به‌دست‌آوردن و تفسیر این نقاط است[۱۶-۱۴].

مطالعۀ نظری خواص سیستم‌های کوانتومی با معادل آشوبناک آن در مکانیک کلاسیک معروف به آشوب کوانتومی است. بااینکه یک ابزار قطعی برای نشان دادن وقوع آشوب در سیستم‌های کوانتومی وجود ندارد، ولی در دهه‌های گذشته روش‌های متفاوتی برای بررسی آن به وجود آمده است[۱۹-۱۷]. نمای لیاپانوف کوانتومی یکی از مهم‌ترین روش‌ها برای بررسی آشوب کوانتومی است که بر پایۀ کاهش و یا افزایش دامنۀ موج در سیستم‌های کوانتومی تعریف می‌شود[۱۵،۲۰و۲۱]. مطابق این تعریف هرچه مقدار نمای لیاپانوف کمتر باشد، سیستم به حالت بی‌نظم (آشوبناک) نزدیک‌تر می‌شود. ازآنجایی‌که بررسی حالت‌های جایگزیده و خواص گذارها با یک اثر کوانتومی خالص توضیح داده می‌شود، در این مطالعه سعی می‌کنیم با استفاده از نظریۀ آشوب کوانتومی، تناظر بین پیشگویی‌های این نظریه را با نتایج حاصل از گذار اندرسون برای فوتونی که در داخل یک شبکۀ کریستالی ناخالص دو پتانسیلی در حال حرکت است، مورد بررسی قرار دهیم. سیستم‌های تنگ‌بست مرسوم برهمکنش

1. Integrated circuits
2. Bio-technology
3. Bio-sensor

نزدیک‌ترین همسایه‌ها را درنظر می‌گیرند در این مقاله قصد داریم با درنظر گرفتن برهمکنش دومین همسایه‌ها و با استفاده از دو ابزار نمای لیاپانوف و توزیع نسبت فاصلهٔ ترازی متوالی که هر دو ابزارهای آشوب کوانتومی هستند به تحلیل و بررسی گذار عایق-رسانا در سیستم‌های یک‌بعدی مختل‌شدهٔ تنگ‌بست بپردازیم. در بخش بعد مدل هامیلتونی سیستم‌های تنگ‌بست را با درنظر گرفتن همسایه‌های دوم می‌نویسیم در بخش سوم به معرفی روش ماتریس انتقال و آمار ترازهای انرژی می‌پردازیم. بخش چهارم معطوف به محاسبهٔ طول جایگزیدگی و محاسبات مربوط به آمار ترازهای انرژی است و در بخش آخر نیز بحث و نتیجه‌گیری کلی را خواهیم داشت.

مدل تنگ-بست دوپتانسیلی

تحول تابع موج یک تک-فوتون در داخل بلور فوتونیکی غیرمتناوب با هامیلتونی زیر توصیف می‌شود:

(۱)

$$H=\sum_n \omega_n c_n^+ c_n+\sum_n t_1\,(c_n^+ c_{n+1}+c_{n+1}^+ c_n)+t_2\,(c_n^+ c_{n+2}+c_{n+2}^+ c_n)$$

که در آن ω_n بسامد مشدد واقع‌در موقعیت nام شبکه است که به‌علت وجود نقص در بلور به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شود. t_1 ثابت جهش فوتون به سایت مجاور و t_2 ثابت جهش فوتون به دومین همسایگی نزدیک درنظر گرفته‌شده است. بدون کاستن از عمومیت مسئله با فرض همسانگرد بودن شبکه ضرایب جهش مستقل از موقعیت خواهند بود. عملگرهای c_n^+ و c_n نیز مسئول خلق و نابودی فوتون در موقعیت nام بلور هستند.

روش بررسی

در این قسمت روش بررسی که برمبنای طول جایگزیدگی و آمار ترازهای انرژی بنیان شده است، توضیح داده می‌شود.

طول جایگزیدگی

روش ماتریس انتقال روشی عددی برای تحلیل و مطالعهٔ محیط‌های بی‌نظم، نقاط بحرانی و نماهای بحرانی است[۲۲]. در این روش نمای لیاپانوف و طول جایگزیدگی با استفاده از حل‌های عددی محاسبه می‌شوند. با استفاده از رابطهٔ (۱) می‌توان رابطهٔ بازگشتی زیر را برای دامنهٔ تابع موج در موقعیت‌های مختلف نوشت:

(۲)

$$\psi_{n+2}=\frac{E-\varepsilon_n}{V}\psi_n-\frac{V'}{V}\psi_{n-1}-\psi_{n-2}-\frac{V'}{V}\psi_{n+1}$$

شکل ماتریسی رابطهٔ (۲) به‌صورت زیر است:

(۳)

$$\begin{pmatrix}\psi_{n+2}\\ \psi_{n+1}\\ \psi_n\\ \psi_{n-1}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-V'/V & E-\varepsilon_n/V & -V'/V & -1\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\psi_{n+1}\\ \psi_n\\ \psi_{n-1}\\ \psi_{n-2}\end{pmatrix}=T_n\begin{pmatrix}\psi_{n+1}\\ \psi_n\\ \psi_{n-1}\\ \psi_{n-2}\end{pmatrix}$$

با تعمیم این روند بازگشتی، به رابطهٔ کلی زیر می‌رسیم:

(۴)

$$\begin{pmatrix}\psi_{N+2}\\ \psi_{N+1}\\ \psi_N\\ \psi_{N-1}\end{pmatrix}=T_N T_{N-1}\ldots T_1\begin{pmatrix}\psi_3\\ \psi_2\\ \psi_1\\ \psi_0\end{pmatrix}=\tau_N\begin{pmatrix}\psi_3\\ \psi_2\\ \psi_1\\ \psi_0\end{pmatrix}$$

که ماتریس انتقال T_N دامنهٔ تابع موج رابین نقاط شبکه $(N+2\,,\,N-1)$ انتقال می‌دهد.

طبق قضیه اسلیدک، ماتریس انتقال $\Gamma=\lim_{N\to\infty}\left(\tau_N\tau_N^{\mathrm{T}}\right)^{\frac{1}{2N}}$ (با تعریف $\tau_N=\prod_{n=1}^{N}\mathrm{T}_n$) دارای تقارنی در ویژهٔ مقادیر خود خواهد بود. براین اساس زمانی که طول سیستم به سمت مقادیر بزرگ میل می‌کند $(L\to\infty)$ ویژه مقادیر ماتریس Γ به سمت ویژهٔ مقادیر متقارن به‌صورت $\exp(\pm\gamma)$ میل می‌کند که γ ها نشان‌دهندهٔ نماهای لیاپانوف هستند. معکوس کوچک‌ترین نمای لیاپانوف، بزرگ‌ترین طول جایگزیدگی ζ تابع موج را در سیستم مشخص می‌کند[۲۳و۲۴].

زمانی‌که طول شبکه بزرگ انتخاب می‌شود در محاسبهٔ ویژهٔ مقادیر ماتریس انتقال یک ناپایداری به وجود می‌آید که برای رفع این مشکل از متعامدسازی گرام اشمیت استفاده می‌شود[۱۴].

آمار ترازهای انرژی

گذار از حالت گسترده به جایگزیده را می‌توان ازطریق مطالعهٔ آمار ترازهای انرژی که در شاخهٔ ابزارهای نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی به‌عنوان سنگ بنای نظریهٔ آشوب کلاسیک دسته‌بندی می‌شوند مورد مطالعه قرار داد. نظریهٔ آشوب کلاسیک ابزار پرکاربردی در زمینهٔ تحلیل دینامیک سیستم‌های کلاسیک است. ازآنجاکه آشوب کلاسیک برمبنای تعریف مسیر در فضای فاز بنا نهاده شده است، تعمیم مستقیم این تعریف به دنیای کوانتومی امکان‌پذیر نیست. سیستم‌های کوانتومی دارای دو مشخصهٔ اصلی ترازهای انرژی و توابع موج هستند که دینامیک آن‌ها را توصیف می‌کنند. ازاین‌رو برای تعریف آشوب در سیستم‌های کوانتومی باید توجه خود را به دینامیک این دو کمیت معطوف کنیم. افت‌وخیز ترازهای انرژی سیستم‌های کوانتومی (که معادل کلاسیکی آن‌ها رفتار آشوبناک دارد) را می‌توان بسته به تقارن‌های هامیلتونی دریکی از آنسامبل‌های متعامد (GOE)، یکانی (GUE) و هم تافته (GSE) گاوسی دسته‌بندی کرد[۲۵و۲۶]. ازسوی‌دیگر طبق نتایج به‌دست‌آمده اگر یک سیستم

کوانتومی در ناحیهٔ انتگرال‌پذیر (که رفتار کلاسیکی آن غیر آشوبناک است) قرار داشته باشد، در آنسامبل پواسونی قرار می‌گیرد. ازاین‌رو تمایز بین رفتار سیستم‌های کوانتومی با معادل کلاسیکی آشوبناک یا غیرآشوبناک با استفاده از افت‌وخیز ترازهای انرژی میسر است. در سال‌های اخیر، معیاری تحت عنوان توزیع نسبت فاصلهٔ ترازی متوالی P(r) برای تشخیص بین نظم و آشوب در ترازهای انرژی معرفی‌شده است[۲۷]. به‌طورکلی اگر توزیع ترازی انرژی یک توزیع منظم داشته باشد آمار ترازها در یک چنین وضعیتی از آمار ویگنر $p_W(r)=\frac{2}{8}\frac{r+r^2}{(1+r+r^2)^{\frac{5}{2}}}$ پیروی می‌کند[۲۸] درغیراین‌صورت عدم همبستگی بین ترازها منجر به توزیع تصادفی آن‌ها می‌شود و درنتیجه آمار ترازها از توزیع پواسونی $p_P(r)=\frac{1}{(1+r)^2}$ تبعیت خواهد کرد[۲۸].

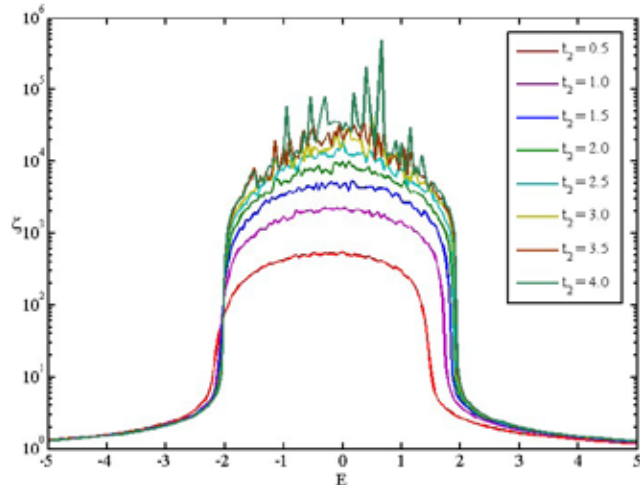
یافته‌ها

نتایجِ حاصله از محاسبات طول جایگزیدگی در شکل ۱ نشان داده‌شده است که طول جایگزیدگی برای بلور فوتونیکی یک‌بعدی (شکل ۱) با درنظرگرفتن امکان جهش به همسایه‌های اول و دوم و طول شبکه ۱۰۰۰۰ با فرض توزیع تصادفی مشددها رسم شده است. این نمودار طول جایگزیدگی فوتون را در بازهٔ انرژی [۵،۵-] به‌ازای مقادیر مختلفی از ثابت جهش به همسایهٔ دوم نشان می‌دهد. همان‌طورکه از شکل ۱ پیداست، هرچه مقدار ثابت جهش t_2 بیشتر می‌شود طول جایگزیدگی تابع موج فوتون نیز افزایش می‌یابد و درنتیجه تابع موج فوتون در مقادیر انرژی خاصی، حوالی انرژی $E=0$ از حالت جایگزیده خارج و به حالت گسترده تبدیل می‌گردد. بنابراین بازهٔ انرژی [۲،۲-] بازهٔ مناسبی برای جایگزیدگی نور نمی‌باشد.

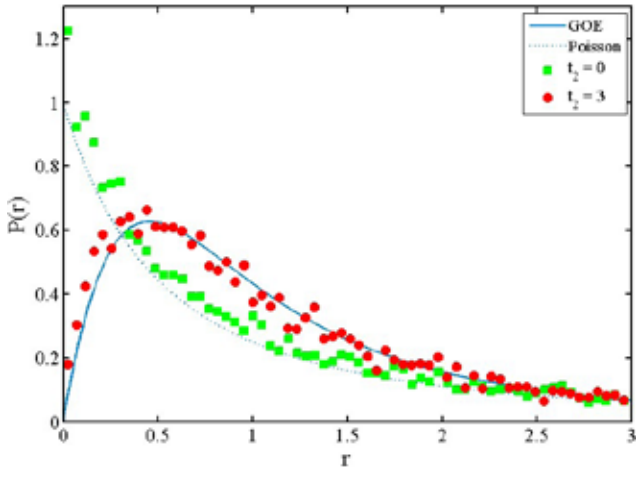
نتایج حاصل از مطالعهٔ گذار بین فازهای گسترده و جایگزیده برای هامیلتونی (شکل ۱) با استفاده از نظریهٔ آشوب کوانتومی در شکل ۲ نمایش داده‌شده است که توزیع نسبت فاصلهٔ ترازی متوالی $P(r)$ نسبت به دو مقدار متفاوت t_2 نشان می‌دهد. همان‌گونه که از شکل پیداست، برای مقدار $t_2=0$ نتایج با تقریب خوبی روی نمودار پواسونی توزیع‌شده‌اند. در توزیع پواسونی فاز (جایگزیده) را می‌توان در حد ترمودینامیکی با جایگزیده بودن ویژه‌حالت‌ها توصیف کرد. در چنین وضعیتی، حالت‌هایی که انرژی نزدیک هم دارند ازلحاظ فضایی دور از هم می‌باشند و با همدیگر اندرکنشی ندارند و درنتیجه دافعهٔ ترازی نیز نشان نمی‌دهند. ازاین‌رو همبستگی بین ترازی وجود نخواهد داشت و این ترازها می‌توانند به‌صورت تصادفی توزیع شوند، همدیگر را قطع کنند و هیچ محدودیتی در نحوهٔ توزیع آن‌ها نسبت به یکدیگر وجود نخواهد داشت. درنتیجه در نبود جهش به دومینهمسایگی، فاز سیستم به‌صورت جایگزیده است و توانایی انتقال فوتون را ندارد اما، برای $t_2=3$ نمودار بیانگر تطابق مابین نتیجهٔ عددی به‌دست‌آمده با آمار ویگنری است.

به‌طورکلی اگر سیستم در فاز گسترده قرار داشته باشد، جمله جهش بین سایت‌ها موجب دافعهٔ بین ترازها می‌شود که در این حالت طبق نظریهٔ ماتریس‌های تصادفی بسته به نوع تقارن، سیستم در یکی از آنسامبل‌های ذکرشده قرار می‌گیرد. برخلاف دستگاه‌های انتگرال‌پذیر، در دستگاه‌های غیرانتگرال‌پذیر، ترازهای انرژی همبستگی قوی با یکدیگر دارند و این همبستگی مانع نزدیک شدن بیش‌ازحد ترازهای انرژی می‌شود. این تفاسیر متناظر با اندرکنش قوی مابین حالت‌ها و وجود دافعهٔ ترازی مابین آن‌ها است که فاز گسترده را برای رفتار فضایی فوتون تعریف می‌کند. وجود این دافعه باعث می‌شود که ترازهای انرژی در فواصل نسبتاً ثابتی از یکدیگر توزیع شوند و سیستم از آمار ویگنری تبعیت کند.

در کنار P(r) می‌توان از کمیت متوسط $<\gamma>$ نیز برای مقایسه استفاده



شکل۱: نمودار تغییرات طول جایگزیدگی برای مقادیر مختلف ثابت جهش دوم t_2 برحسب انرژی E

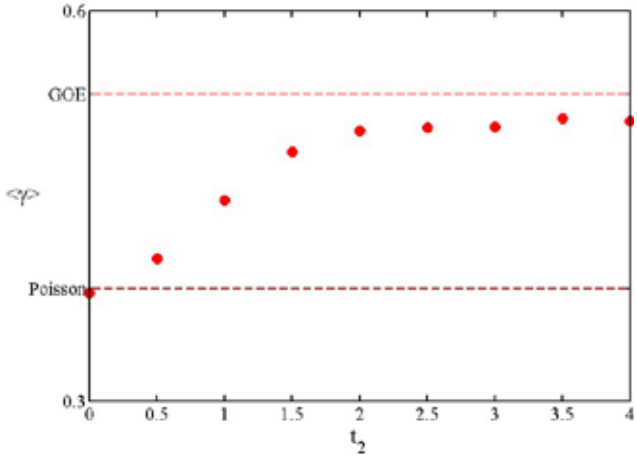


شکل۲: نمودار توزیع P(r) به‌ازای $t_2=0,3$ به‌همراه توزیع‌های مربوط به آنسامبل‌های پواسونی و GOE

کرد که به‌صورت متوسط متغیر $\gamma_n = \min\{r_n, \frac{1}{r_n}\}$ تعریف می‌شود. مقادیر آن برای توزیع‌های پواسونی و ویگنری به‌ترتیب برابر با ۰/۳۸۶۳ و ۰/۵۳۵۹ است[۲۸]. گذار مابین فازهای جایگزیده و گسترده را می‌توان به‌وضوح در شکل ۳ که تغییرات $<\gamma>$ را نسبت به t_2 نشان می‌دهد، نیز مشاهده کرد. پرواضح است که افزایش مقدار جهش به دومین همسایگی منجربه گذار سیستم از فاز جایگزیده به فاز گسترده شده است.

بحث و نتیجه‌گیری

در ایـــن مطالعه نحوهٔ گذار یک بلـــور فوتونیکی غیرمتناوب یک‌بعدی با درنظر گرفتن جهش به دومین همسایگی مورد بررسی قرار گرفت. به‌دلیل اهمیت جایگزیده کردن نور در کاربردهای پزشـــکی، هدف مطالعهٔ حاضر کشـــف نوع دیگری از ساختارهای فوتونیکی با قابلیت جایگزیده‌سازی نور بود. برای ایـــن منظور از تناظر بین مفهوم جایگزیدگی و نظریهٔ آشـــوب کوانتومی اســـتفاده گردید. نتیجهٔ حاصل از نظریهٔ جایگزیدگی گویای این اســـت که علی‌رغم جایگزیده بودن تابع مـــوج فوتون در حضور بی‌نظمی، واردکردن اثر جهش به همســـایهٔ دوم باعث به‌هم ریختن این جایگزیدگی می‌شود و با افزایش مقدار این جهش، تابع موج فوتون از حالت جایگزیده مجدداً به حالت گسترده تبدیل می‌شود. همچنین نتایج حاصل از مطالعهٔ گذار بین فازهای عایق و رســـانا با اســـتفاده از توزیع نسبت فاصلهٔ ترازی متوالی در نبود جهش به دومین همسایگی فاز سیستم به‌صورت جایگزیده است. نتایج عددی به‌دست‌آمده مطابق با آمار ویگنری است.



شکل۳: نمودار تغییرات $<\gamma>$ برحسب ثابت جهش دوم t_2

References:

1. Fraser D. Biosensors: Making sense of them, Medical Device Technology 1994; 5: 38–41.

2. Joannopoulos JD, Villeneuve PR, Fan S. Photonic crystals: putting a new twist on light, Nature 1997; 386: 143–9.

3. Jannopoulos JD, Johnson SG, Winn JN, Meade RD. Photonic Crystals – Molding the Flow of Light, second Edition (Princeton University Press, New Jersey, 2008.

4. Li C, Ye F, Kartashov YV, Konotop VV, Chen X. Localization-delocalization transition in spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate, Scientific Reports 2016; 6: 31700.

5. Lherbier A, Botello-Méndez AR, Charlier JC. Electronic and transport properties of unbalanced sublattice N-doping in grapheme, Nano Letters 2013; 13: 1446-50.

6. Billy J, Josse V, Zuo Z, Bernard A, Hambrecht B, Lugan P, Aspect A. Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder, Nature 2008; 453: 891-4.

7. Anderson PW. Absence of diffusion in certain random lattices, Physical Review 1958; 109: 1492.

8. Abrahams E, Anderson PW, Licciardello DC, Ramakrishnan TV. Scaling theory of localization: Absence of quantum diffusion in two dimensions, Physical Review Letters 1979; 42: 673.

9. Pichard JL, Sarma G. Finite size scaling approach to Anderson localization, Journal of Physics C: Solid State Physics 1981; 14: L127.

10. Dunlap DH, Wu HL, Phillips PW. Delocalization in the 1D Anderson model with long-range correlated disorder, Physical Review Letters 1990; 65: 3735.

11. de Moura FA, Lyra ML. Correlation-induced metal-insulator transition in the one-dimensional Anderson model, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 1999; 266: 465-70.

12. Shima H, Nomura T, Nakayama T. Localization-delocalization transition in one-dimensional electron systems with long-range correlated disorder, Physical Review B 2004; 70: 075116.

13. Longhi S, Gatti D, Della Valle G. Robust light transport in non-Hermitian photonic lattices, Scientific Reports 2015; 5: 13376.

14. Zhao Y, Duan S, Zhang W. (De) localization and the mobility edges in a disordered double chain with long-range intrachain correlation and short-range interchain correlation, Journal of Physics: Condensed Matter 2012; 24: 245502.

15. Carpena P, Galván PB, Ivanov PC, Stanley HE. Metal–insulator transition in chains with correlated disorder, Nature 2002; 418: 955-9.

16. Deng CS, Xu H. Delocalization to localization transition in one-dimensional systems with long-range correlated off-diagonal disorder, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures 2012; 44: 1473-7.

17. Man'ko VI, Mendes RV. Lyapunov exponent in quantum mechanics. A phase-space approach, Physica D: Nonlinear Phenomena 2000; 145: 330-48.

18. García-Mata I, Roncaglia AJ, Wisniacki DA. Lyapunov decay in quantum irreversibility, Phil. Trans. R. Soc. A 2016; 374: 20150157.

19. Habib S, Jacobs K, Shizume K. Emergence of chaos in quantum systems far from the classical limit, Physical Review Letters 2006; 96: 010403.

20. Wang YX, Wu YM. Disorder enhanced conductance in graphene, Physica B: Condensed Matter 2015; 478: 84-8.

21. Comtet A, Christophe T, Yves T. Lyapunov exponents, one-dimensional Anderson localization and products of random matrices, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical 2013; 46: 254003.

22. Kramer B, MacKinnon A. Localization: theory and experiment. Reports on Progress in Physics 1993; 56: 1469.

23. Römer RA, Schreiber M. Numerical investigations of scaling at the Anderson transition. In Anderson Localization and Its Ramifications (pp. 3-19). Springer, Berlin Heidelberg.

24. Eilmes A. Transfer matrix method study of charge localization lengths in tetracene crystals whith chemical impurities, Synthetic Metals 2013; 180: 16-24.

25. Bohigas O, Giannoni MJ, Schmit C. Characterization of chaotic quantum spectra and universality of level fluctuation laws, Physical Review Letters 1984; 52: 1.

26. Haake F. Quantum Signatures of Chaos, Springer, Berlin 2010.

27. Oganesyan V, Huse DA. Localization of interacting fermions at high temperature, Physical Review B 2007; 75: 155111.

28. Atas YY, Bogomolny E, Giraud O, Roux G. Distribution of the Ratio of Consecutive Level Spacings in Random Matrix Ensembles, Physical Review Letters 2013; 110: 084101.

29. Zhu JX, Rasmussen KØ, Balatsky AV, Bishop AR. Local electronic structure in the Peyrard–Bishop–Holstein model, Journal of Physics: Condensed Matter 2007; 19: 136203