

# بررسی تحلیلی تابع توزیع دما درون مینای دندان تحت تابش لیزر Er: YAG

دکتر پرویز الهی<sup>۱</sup>بینا فارسی<sup>۲</sup>دکتر محمد گودرزی شیرازی<sup>۳</sup><sup>۱</sup> گروه فیزیک دانشگاه صنعتی شیراز<sup>۲</sup> گروه فیزیک دانشگاه پیام نور شیراز<sup>۳</sup> دندانپزشک

آدرس مکاتبه: شیراز، بلوار مدرس، دانشگاه صنعتی شیراز،

دانشگاه علوم گروه فیزیک، تلفن: ۰۹۱۷۷۰۳۳۸۷۸، پست

الکترونیک: phy1pe@yahoo.com

## خلاصه

در این مقاله پس از شبیه سازی و حل تحلیلی معادله انتقال حرارت درون مینای دندان به بررسی تابع توزیع دما درون آن هنگامی که در معرض تابش لیزر Er: YAG با توان یک وات قرار می گیرد پرداخته ایم. برای این کار در ابتدا چگالی انرژی جذب شده توسط مینا را استخراج کرده سپس معادله غیر همگن توزیع دما در حالت پایا را به روش تحلیلی حل کرده ایم. در آخر با توجه به ثابت های حرارتی مربوط به مینا، نمودارهای مربوط به تابع توزیع دما را رسم کرده به بحث پیرامون آنها پرداخته ایم.

**نتیجه:** با رسم نمودارهای تابع توزیع دما در حالت های مختلف و مقایسه دماها با جدول اثرات حرارتی لیزری بر روی بافت [۱]، متوجه می شویم که در این مقاله، بیشینه دمای ایجاد شده در سطح مینا، در محدوده تغییر ماهیت پروتئین ها است ولی به اثرات مخربی مانند تبخیر و یا کربنیزه شدن منجر نمی گردد.

همچنین به دلیل آنکه در محیط های آبی، در محدوده  $0^{\circ}C - 70^{\circ}C$  خصوصیات شکست مینا تغییری نمی کند [۲]. در این مقاله، تغییرات چندانی در استحکام مینا نیز حاصل نمی شود. بنابراین، تابش Er: YAG بر روی مینا، تحت این شرایط، اطمینان بخش بوده و اثرات مخربی به دنبال نخواهد داشت.

واژه های کلیدی: توزیع دما در مینای دندان، لیزر Er: YAG

کاربرد داشت. در سال ۱۹۹۷ کاربرد لیزر Er: YAG در بافت نرم و سخت توسعه یافت و پس از آن، انواع دیگری از لیزرهای بیبیوم یعنی Er: YSGG و اخیراً Er, Cr: YSGG در دندانپزشکی مورد استفاده قرار می گیرند. به طور کلی از مهمترین لیزرها در دندانپزشکی می توان به لیزرهای زیر اشاره کرد [۱]:

۱- الکساندر (۷۵۵nm و ۳۷۷)

۲- آرگون (۵۱۵ nm و ۴۸۸)

۳- He:Ne (۶۳۳ nm)

۴- یودلیزرها (۹۸۰nm و ۸۳۰ و ۸۰۰)

۵- Nd: YAG (۱۰۶۴ nm)

۶- Ho: YAG (۲۱۰۰ nm)

۷- Er, cr: YSGG (۲۷۸۰ nm)

۸- Er: YSGG (۲۷۹۰ nm)

۹- Er: YAG (۲۹۴۰ nm)

۱۰- Co<sub>2</sub> (۱۰۶۰۰ و ۹۶۰۰ nm)

آزمایش های بسیار، به منظور بررسی تأثیر لیزرهای مختلف بر روی بافت سخت دندان حاکی از آن است که استفاده از لیزرهای یاقوت، Nd: YAG و Co<sub>2</sub> به دلیل پائین بودن بازدهی و تأثیرات نامطلوبی

## مقدمه

استفاده از لیزر و تحقیقات در زمینه های کاربرد عملی لیزر در دندانپزشکی، در دهه اخیر رشد و پیشرفت چشمگیری داشته است که در ابتدا به تاریخچه مختصری از آن اشاره می کنیم [۱ و ۳]:

در سال ۱۹۱۶ تئوری گسیل القایی توسط انیشتین بیان شد. در سال ۱۹۶۰ اولین لیزر (لیزر یاقوت) توسط مایمن<sup>۱</sup> و در سال ۱۹۶۴ اولین لیزر تحقیقاتی یاقوت در دندانپزشکی توسط استرن<sup>۲</sup> و ساگنس<sup>۳</sup> ساخته شد. لیزرهای گازی از جمله لیزر Co<sub>2</sub> نیز از اهمیت تحقیقاتی خاصی برخوردار بودند. اگر چه این نوع لیزر در برش و کنترل خونریزی بافت نرم دهان و لثه مفید است، اما در استفاده بر روی بافت سخت محدودیت هایی دارد. اولین گزارش کار با لیزر Nd مربوط به تحقیقات در دانشکده توکوهو در ژاپن بر روی دندان حیوانات، در سال ۱۹۷۴ می باشد.

در سال ۱۹۸۰ لیزر پالسی Nd: YAG توسط دکتر مایرس<sup>۴</sup> و برادرش ساخته شد. که این لیزر هم در بافت نرم و هم در بافت سخت

<sup>1</sup>-Maiman

<sup>2</sup>-Stern

<sup>3</sup>-Sagannaes

<sup>4</sup>-Myers

عصبی افزایش دمای بسیاری ایجاد نشده و به هنگام تابش لیزر، به بافت عصبی آسیب وارد نشود [۸].

به منظور بررسی تأثیر آب به هنگام استفاده از لیزر Er:YAG در برداشت مینا، دو دندان مختلف که در یکی تابش لیزر Er:YAG به همراه آب و در دندان دیگر تابش لیزر بدون آب باشد را بررسی می‌کنیم.

مشاهده می‌شود افزایش دمای بافت عصبی هنگامی که تابش Er:YAG بدون آب صورت گیرد، ۲۷ درجه سانتی‌گراد و زمانی که همراه با آب باشد ۴ درجه سانتی‌گراد می‌شود [۸].

همچنین می‌دانیم که اگر افزایش دمای ناشی از تابش لیزر در بافت عصبی، بیشتر از ۵ درجه سانتی‌گراد شود، آسیب وارده به آن، غیر قابل جبران خواهد بود [۹]. بنابراین، افزایش دمای ناشی از تابش لیزر، باید به صورت کنترل شده و اطمینان بخشی باشد.

به طور کلی مطالعات نشان می‌دهند که استفاده از لیزر Er:YAG می‌تواند در برداشت پوسیدگی‌ها و کرم خوردگی‌های دندان و نیز در enamel-etching<sup>5</sup> به طور قابل اطمینان و مؤثری به کار رود [۹].

**تئوری:** مینای سومین دندان آسیا را می‌توان با مکعبی به حجم  $4mm \times 7mm \times 3mm$ ، شبیه سازی نمود.

a=4mm عرض مینا

b=7mm طول مینا

c=3mm ضخامت مینا

**حل معادله انتقال حرارت در سیستم مختصات دکارتی:**

معادله انتقال حرارت عبارت است از:

$$k\nabla^2 T - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = Q \quad (1)$$

که در آن،  $k$  ضریب رسانندگی گرمایی،  $\rho$  چگالی،  $c$  ظرفیت گرمایی ویژه و  $Q$  چگالی انرژی جذب شده لیزر توسط مینای دندان می‌باشد. چون دمش Er:YAG به صورت پیوسته (CW) صورت می‌گیرد، جمله  $\frac{\partial T}{\partial t}$  را می‌توان حذف کرد و در نتیجه داریم:

$$k\nabla^2 T = Q \quad (2)$$

معادله (۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

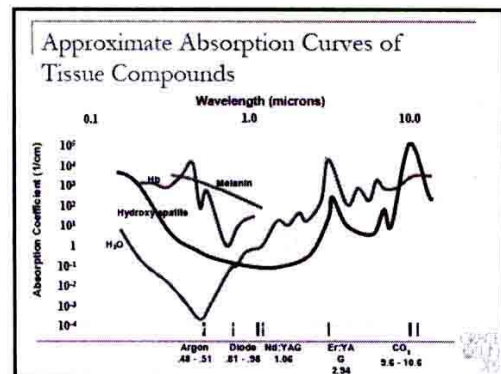
$$k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = Q \quad (3)$$

که در این رابطه  $Q$  چگالی انرژی تابشی جذب شده توسط مینای دندان، عبارتست از:

مانند ذوب شدن، ترک خوردن، کربنیزه شدن در مینا و عاج و آسیب به بافت عصبی در اثر ازدیاد گرمای ایجاد شده، چندان قابل اعتماد نیستند. به هر حال، پیشرفت‌های اخیر در تحقیقات، استفاده از لیزرها با طول موج‌های مفید، به همراه خنک‌کننده‌هایی مانند اسپری آب یا هوا که تحولی نوید بخش در کاربرد لیزر در بافت سخت دندان است را میسر نموده است [۴].

از زمان پیدایش لیزرها، بخش عمده‌ای از تحقیقات به بررسی برداشت پوسیدگی‌های دندان توسط لیزر، اختصاص یافته است. امروزه چند لیزر با طول موج‌های مشابه، در ناحیه فرورسرخ میانی (middle infrared) به منظور برداشت پوسیدگی‌های دندان، مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ لیزرهای Er:YAG، Er:YSGG و Er,Cr:YSGG که به ترتیب در طول موج‌های ۲۹۴۰ nm، ۲۷۹۰ nm، ۲۷۸۰ nm به کار می‌روند. این طول موج‌ها بر محدوده ماکزیمم جذب آب در ناحیه مادون قرمز منطبق اند، اما جذب آب در لیزر Er:YAG ( $13000 \text{ cm}^{-1}$ ) بسیار بیشتر از جذب در Er:YSGG ( $7000 \text{ cm}^{-1}$ ) و Er, Cr:YSGG ( $4000 \text{ cm}^{-1}$ ) است و به همین دلیل کیفیت برداشت بافت سخت توسط Er:YAG بالاتر از سایر لیزرها است [۵].

علاوه بر آب، هیدروکسی آپاتیت (hydroxyapatite) موجود در



دندان نیز، بیشترین جذب را در طول موج Er:YAG دارا می‌باشد. بنابراین، لیزر Er:YAG با طول موج ۲۹۴۰ nm، منطبق بر جذب بالای آب و هیدروکسی آپاتیت بوده و به همین دلیل در برداشت بافت سخت دندان، مؤثرتر از سایر لیزرها می‌باشد. علاوه بر این، آسیب گرمایی اندکی به هنگام استفاده از آن، گزارش شده است، به ویژه زمانی که به همراه اسپری آب، به کار می‌رود [۶]. ذکر این نکته مهم است که اسپری آب، علاوه بر خنک کردن بافت، در افزایش جذب تابش لیزر در بافت نیز مؤثر است [۷]. مطالعات نشان می‌دهد که استفاده از لیزر Er:YAG به همراه آب، باعث می‌شود که در بافت

۱- ایجاد خلل و فرج در مینا به منظور ایجادگیر میکرومکانیکی برای چسباندن کامپوزیت (مواد پرکردنی هم‌رنگ دندان) و یا چسباندن براکت‌ها بر روی دندان (در اورتودنسی).

4)  $T(x,y=b,z)=T_0$

برای حل معادله دیفرانسیل (۶)، جوابی به صورت زیر را در نظر می گیریم:

$$T(x,y,z) = \left[ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} T_{mn}(z) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \right] + T_0 \quad (7)$$

با جایگذاری معادله (۷) در (۶) و استفاده از شرط تعامد سینوس ها [۱۰]، رابطه زیر حاصل می شود:

$$\frac{d^2 T_{mn}(z)}{dz^2} - \Gamma_{mn}^2 T_{mn}(z) = \frac{4Q_0}{abk_z} p_m q_n e^{\alpha z} \quad (8)$$

که در این رابطه:

$$\Gamma_{mn}^2 = \frac{k_x}{k_z} \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \frac{k_y}{k_z} \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \quad (9)$$

$$p_m = \int_0^a e^{-2(x-X_0)^2/\omega_p^2} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) dx \quad (10)$$

$$q_n = \int_0^b e^{-2(y-Y_0)^2/\omega_p^2} \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) dy \quad (11)$$

رابطه (۸) یک معادله دیفرانسیل غیرهمگن مرتبه دو است که حل آن به صورت زیر می باشد:

$$T_{mn}(z) = Ae^{-\Gamma_{mn}z} + Be^{\Gamma_{mn}z} - Me^{\alpha z} \quad (12)$$

که در این رابطه  $M$  به صورت  $M = \frac{4Q_0 p_m q_n}{abk_z(\alpha^2 - \Gamma_{mn}^2)}$  می باشد. با جایگذاری رابطه (۱۲) در (۷) رابطه زیر بدست می آید:

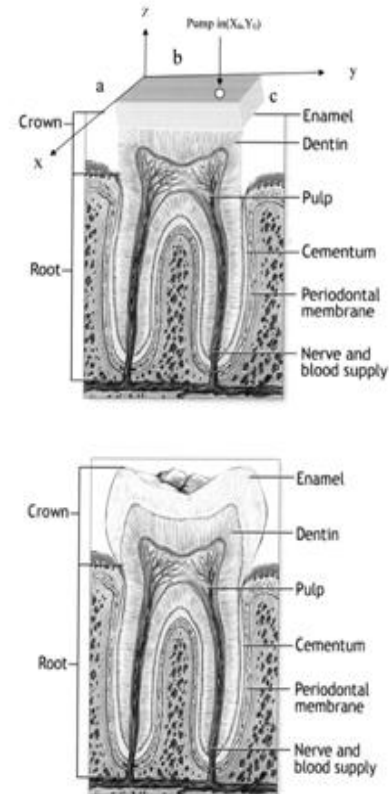
$$T(x,y,z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( Ae^{-\Gamma_{mn}z} + Be^{\Gamma_{mn}z} - Me^{\alpha z} \right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \right] + T_0 \quad (14)$$

حال دو شرط مرزی دیگر که شرط سرمایشی نیوتنی نامیده می شوند، و به صورت زیر بیان می گردد را اعمال می کنیم:

$$\left\{ \begin{aligned} k_z \frac{\partial T(x,y,z)}{\partial z} \Big|_{z=0} &= h[T(x,y,z=0) - T_0] \\ -k_z \frac{\partial T(x,y,z)}{\partial z} \Big|_{z=c} &= h[T(x,y,z=c) - T_0] \end{aligned} \right. \quad (15)$$

که در روابط بالا  $h$  ضریب همرفت میباشد.

با جایگذاری رابطه (۱۴) در (۱۵) و (۱۶)، دو معادله بدست می آیند؛ با حل این دستگاه دو معادله دو مجهولی ضرائب  $A$ ،  $B$  را می توان تعیین کرد. به این ترتیب تابع توزیع دما،  $T(x,y,z)$ ، در هر



شکل بالا) شکل شبیه سازی شده از مینای دندان  
شکل پایین) نمایی واقعی از دندان

$$Q = Q_0 e^{-2[(x-X_0)^2 + (y-Y_0)^2]/\omega_p^2} e^{\alpha z} \quad (4)$$

که  $Q_0$  به صورت زیر می باشد:

$$Q_0 = \frac{2\eta P \alpha}{\pi \omega_p^2 (1 - e^{\alpha c}) \operatorname{erf}\left(\frac{a\sqrt{2}}{2\omega_p}\right) \operatorname{erf}\left(\frac{b\sqrt{2}}{2\omega_p}\right)} \quad (5)$$

در رابطه بالا  $a$ ،  $b$ ،  $c$  به ترتیب عرض، طول و ضخامت مینای دندان می باشد.

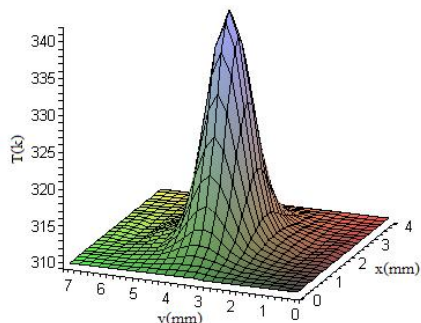
همچنین  $X_0, Y_0$  مختصات نقطه تابش،  $\omega_p$  کمر باریکه لیزر،  $\alpha$  ضریب جذب و  $\eta$  درصد تولید گرما می باشد.

با جاگذاری رابطه ی (۳) در (۴) داریم:

$$k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = Q_0 e^{-2[(x-X_0)^2 + (y-Y_0)^2]/\omega_p^2} e^{\alpha z} \quad (6)$$

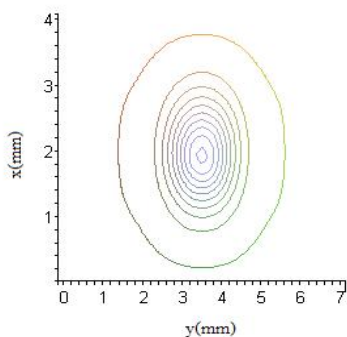
با توجه به اینکه چهار وجه دندان در دمای ثابت محیط قرار دارند، پس شرایط مرزی عبارتند از:

- 1)  $T(x=0,y,z)=T_0$
- 2)  $T(x=a,y,z)=T_0$
- 3)  $T(x,y=0,z)=T_0$



شکل ۱- نمای سه بعدی تابع توزیع دما در سطح مینا تابش در مرکز مینای دندان

در شکل شماره ۲، نمودار کانتوری توزیع دما مشاهده می شود. با توجه به این نمودار بیشترین تغییرات در نواحی نزدیک تابش می باشد.



شکل ۲- نمودار کانتوری دما در سطح مینا تابش در مرکز مینای دندان

در شکل شماره ۳، نمودار تابع توزیع دما وقتی نقطه ای در لبه دندان در معرض تابش لیزر قرار می گیرد، رسم شده است. هرچند که بیشینه دما همان ۳۴۰ درجه کلوین است ولی با توجه به شکل شماره ۴، تغییرات دما در لبه ای که نزدیک نقطه تابش قرار دارد نسبت به بقیه نقاط بیشتر است؛ که این امر ممکن است باعث شکستگی دندان شود.

در شکل های شماره ۵ و ۶ تغییرات دما در نقطه تابش برحسب عمق، رسم شد است؛ با توجه به این نمودارها تغییرات دما برحسب عمق، بستگی به محل تابش ندارد.

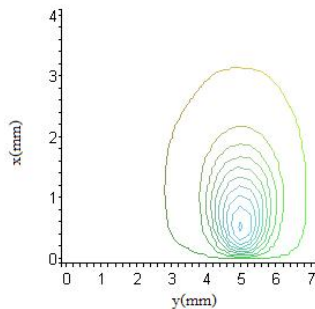
نقطه بدست می آید. با استفاده از مقادیر عددی حاصل از تابش لیزر Er:YAG به مینای دندان، که در جدول (۱) خلاصه شده اند، می توان نمودار توزیع دما را در حالت های مختلف بدست آورد. خنک کننده در تابش لیزر Er:YAG اسپری آب است که همزمان با

جدول ۱- مقادیر مربوط به مینای دندان

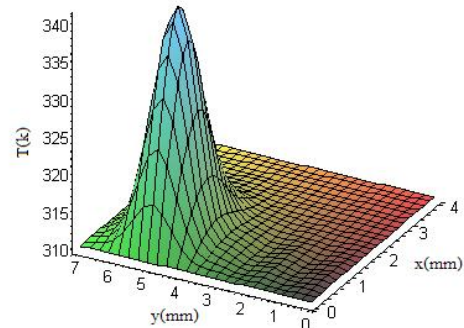
مقدار	نماد	متغییر
4 mm	a	عرض مینا
7 mm	b	طول مینا
3 mm	c	عمق مینا
$\frac{[11] w}{mm \circ c}$ 0.000933478	$k_x=k_y=k_z$	ضریب رسانندگی گرمایی مینا
$\frac{[12] w}{mm^2 \circ c}$ 0.00297206	h	ضریب همرفت
$[13]$ 1 mm	$\omega_p$	کمر باریکه لیزر Er:YAG
$[14]$ 76.8 $mm^{-1}$	$\alpha$	ضریب جذب مینا در تابش لیزر Er:YAG
$[15]$ 1 w	P	توان لیزر Er:YAG به کار رفته در enamel- etching
310 k	$T_0$	دمای محیط (دمای دهان)
$2940 \times 10^{-6}$ mm	$\lambda$	طول موج لیزر Er:YAG
$[16-17]$ 0.26	$\eta$	درصد تولید گرما در مینا در تابش لیزر Er:YAG

تابش لیزر، بر سطح مینا (به وجه بالایی مکعب) پاشیده می شود. با این فرض که چهار وجه اطراف این مکعب (مینا)، در دمای دهان ( $T_0 = 37^\circ C$ ) می باشند، معادله انتقال حرارت را در سیستم مختصات دکارتی و با در نظر گرفتن شرایط مرزی حل کرده و تابع توزیع دما را در هر نقطه، بدست می آوریم.

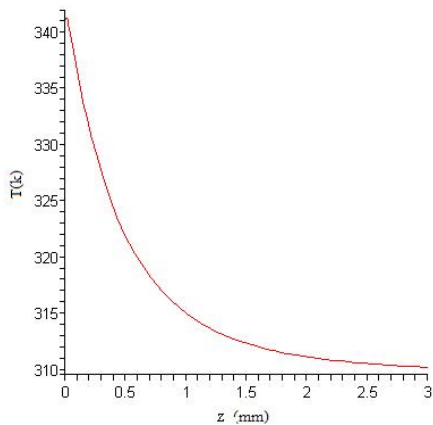
در شکل شماره ۱، نمودار تابع توزیع دما درون مینای دندان وقتی نقطه ای در وسط دندان تحت تابش لیزر Er:YAG با توان یک وات قرار می گیرد، رسم شده است. همانطور که از شکل پیداست بیشینه دما ۳۴۰ درجه کلوین معادل ۶۷ درجه سانتیگراد می باشد.



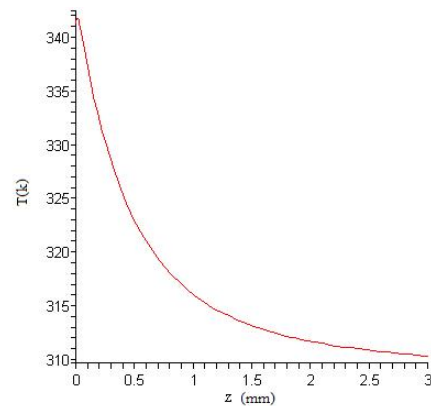
شکل ۴- نمودار کانتوری دما در سطح مینا تابش در گوشه مینای دندان



شکل ۳- نمای سه بعدی تابع توزیع دما در سطح مینا تابش در گوشه مینای دندان



شکل ۶- تغییرات دما بر حسب فاصله از سطح دندان (I) تابش در گوشه مینای دندان



شکل ۵- تغییرات دما بر حسب فاصله از سطح دندان (II) تابش در مرکز مینای دندان

## منابع

1. رضا عمید. کاربرد لیزر در دندانپزشکی بالینی. مقدمه-گفتار ۱، پاییز (۱۳۸۵).
2. Rasmussen S.T, Patchin R.E. Frature, properties of human enamel and dentin in an aqueous environment. Journal of Dental Research 1984; 63: 1362-8.
3. www.dentaleconomics.com/display\_article/237325/54/none/none/Feat/Rekindle-Your-Practice-with-Laser-Light.
4. Yuki Nishimoto, Masayuki Otsiku, Monica Yamauti, Testuya Eguchi, Yasuhara Sato, Richard M. Foxton, Junji Yagami. Effect of pulse Duration of Er:YAG on Dentin Ablation", Dental Materials Journal 2008; 27(3): 433-9.
5. Walsh L. J. The current status of Laser applications in Dentistry. Australian Dental Journal 2003; 48(3): 146-55.
6. Steren R. Visuri, Joseph T. Walsh, Harvey A. Wigdor. Eribum. Laser ablation of dental hard tissue: effect of Water cooling. Lasers in Surgery and Medicine 2008; 18(3): 294-300.
7. Burkes EJ Jr, Hoke J, Gomes E, Wolbarsht M. Wet Versus dry enamel ablation by Er: YAG Laser. J Prosthet Dent 1992; 67(6): 847-51.
8. Rode A.V, Gamaly E.G, Luther-Davies B, Taylor MGraessel B.T, J. Dawes M, Chan A, Lowe R.M, Hannaford P. Precision ablation of dental enamel using a subpicosecond pulsed Laser. Australian Dental Journal 2003; 48(4): 233-9.
9. Moshonov J, Stabholz A, Leopold Y, Rosenberg I, Stabholz. Lasers in dentistry-interaction with biological tissues and the effect on the soft tissues of the oral cavity, the hard tissues of the tooth and dental pulp. Refuat Hapeh Vehashinayim 2001; 18(3-4): 21-8,107-8.
10. Sabaiean M, Nadgaran H, Mousave L. Analytical solution of the heat equation in a longitudinally pumped cubic solid-

- state laser. Appl Optics 2008; 47(13): 2317-25.
11. Brown W.S, Dewey W.A, Jacobs H.R. Thermal properties of tooth. J Dent Res 1970; 49(4): 752-5.
12. Loyd B.A, Mcginley M.B, Bowns W. S. Thermal stress in teeth. J Dent Res 1978; 57(4): 752-5.
13. Ceballos L, Toledano M, Osorio R, Tay F.R, Marshall G.W. Bonding to Er:YAG-Laser-treated Dentin. J Dent Res 2002; 81(2): 19-122.
14. Tuan Vo-Dinh, Biomedical photonics Hand Book, CRC Press 2004.
15. Basaran G, Ozer T, Berk N, Hamamci O. Etching enamel for orthodontics with an erbium,chromium:yttrium-scandium-gallium-garnet laser system. Angle Orthod 2007; 77(1): 117-23.
16. Miserendino LJ, Pick RM, Editors, lasers in dentistry, Quintessence. Hanover Park, IL Quintessence Publishing Co. Inc (1995).
17. Manni J.G. Dental applications of advanced lasers. JGM Associates, Inc (2004).