لیزرپزشکی؛ ۱۳۸۷، دوره ۵، شماره ۳و۴

مقاله پژوهشی

بررسی تحلیلی تابع توزیع دما درون مینـای دنـدان تحـت تـابش لیـزر Er: YAG

دکتر پرویز الهی [۱]
بیتا فارسی [۲]
دکتر محمد گودرزی شیرازی [۳]

[۱] گروه فیزیک دانشگاه صنعتی شیراز
[۲] گروه فیزیک دانشگاه پیام نور شیراز
[۳] دندانپزشک

آدرس مکاتبه: شیراز، بلوار مدرس، دانشگاه صنعتی شیراز، دانشگاه علوم گروه فیزیک، تلفن: ۰۹۱۷۷۰۳۳۸۷۸، پست الکترونیک: phy1pe@yahoo.com

خلاصه

در این مقاله پس از شبیه سازی و حل تحلیلی معادله انتقال حرارت درون مینای دندان به بررسی تابع توزیع دما درون آن هنگامی که در معرض تابش لیزرEr: YAG با توان یک وات قرار می گیرد پرداخته ایم.
برای این کار در ابتدا چگالی انرژی جذب شده توسط مینا را استخراج کرده سپس معادله غیر همگن توزیع دما در حالت پایا را به روش تحلیلی حل کرده‌ایم. در آخر با توجه به ثابت‌های حرارتی مربوط به مینا، نمودارهـای مربـوط به تابع توزیع دما را رسم کرده به بحث پیرامون آنها پرداخته‌ایم.
نتیجه: با رسم نمودارهای تابع توزیع دما در حالت‌های مختلف و مقایسه دماها با جدول اثرات حرارتـی لیـزری بـر روی بافت [۱]، متوجه می شویم که در این مقاله، بیشینه دمای ایجـاد شـده در سـطح مینـا، در محـدوده تغییـر ماهیت پروتئین ها است ولی به اثرات مخربی مانند تبخیر و یا کربنیزه شدن منجر نمی گردد.
همچنین به دلیل آنکه در محیط‌های آبی، در محدوده $0^{\circ}c-70^{\circ}c$ خصوصیات شکست مینا تغییـری نمـی کنـد [۲]. در این مقاله، تغییرات چندانی در استحکام مینا نیز حاصل نمی‌شود. بنابراین، تابشEr:YAG بر روی مینـا، تحت این شرایط، اطمینان بخش بوده و اثرات مخربی به دنبال نخواهد داشت.
واژه های کلیدی: توزیع دما در مینای دندان، لیزرE r: YAG

مقدمه

اسـتفاده از لیـزر و تحقیقـات در زمینـه هـای کـاربرد عملـی لیـزر در دندانپزشکی، در دهه اخیر رشد و پیشرفت چشمگیری داشته است کـه در ابتدا به تاریخچه مختصری از آن اشاره می کنیم [۱و ۳]:
درسال ۱۹۱۶ تئوری گسیل القایی توسط انیشتین بیان شد. در سـال ۱۹۶۰ اولین لیزر (لیزر یاقوت) توسط مـایمن[۱] و در سـال۱۹۶۴ اولـین لیـزر تحقیقـاتی یـاقوت در دندانپزشـکی توسـط اسـترن[۲] و سـاگنس[۳] ساخته شد. لیزرهای گازی از جمله لیزر Co_2 نیز از اهمیت تحقیقـاتی خاصی برخـوردار بودنـد. اگـر چـه ایـن نـوع لیـزر در بـرش و کنتـرل خونریزی بافت نرم دهان و لثه مفید است، اما در استفاده بر روی بافت سخت محدودیت‌هایی دارد. اولین گزارش کار با لیـزر Nd مربـوط بـه تحقیقات در دانشکده توکوهو در ژاپن بر روی دندان حیوانات، در سـال ۱۹۷۴ می‌باشد.
در سال ۱۹۸۰ لیزر پالسی Nd:YAG توسط دکتر مایرس[۴] و برادرش ساخته شد. که این لیزر هم در بافـت نـرم و هـم در بافـت سـخت کاربرد داشت. در سال۱۹۹۷ کـاربرد لیـزر Er:YAG در بافـت نـرم و سخت توسعه یافت و پـس از آن، انـواع دیگـری از لیزرایربیـوم یعنـی Er:YSGG و اخیـراً Er, Cr:YSGG در دندانپزشـکی مـورد استفاده قرار می گیرند.
به طور کلی از مهمترین لیزرها در دندانپزشکی می تـوان بـه لیزرهـای زیر اشاره کرد [۱]:

۱- الکساندر (۷۵۵nm و ۳۷۷)
۲- آرگون (۵۱۵ nm و ۴۸۸)
۳- He:Ne (۶۳۳ nm)
۴- یودلیزرها (۹۸۰nm و ۸۳۰ و۸۰۰)
۵- Nd:YAG (۱۰۶۴ nm)
۶- Ho:YAG (۲۱۰۰nm)
۷- Er ,cr:YSGG (۲۷۸۰ nm)
۸- Er:YSGG (۲۷۹۰nm)
۹- Er: YAG (۲۹۴۰nm)
۱۰- Co_2 (۱۰۶۰۰nmو۹۶۰۰)

آزمایش‌های بسیار، به منظور بررسی تأثیر لیزرهای مختلف بر روی بافت سخت دندان حاکی از آن است کـه اسـتفاده از لیزرهـای یـاقوت، Nd:YAG و Co_2 به دلیل پائین بودن بازدهی و تـأثیرات نـامطلوبی

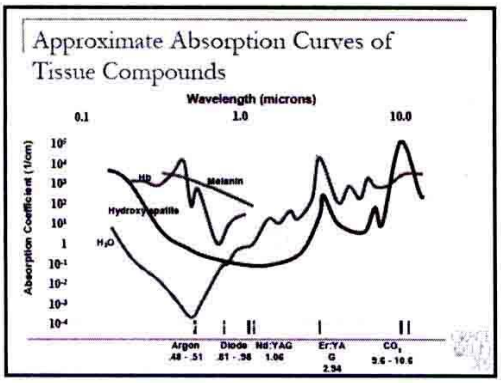
[1]-Maiman
[2]-Stern
[3]-Sagnnaes
[4]-Myers

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-19]

مانند ذوب شدن، ترک خوردن، کربنیزه شدن در مینا و عاج و آسیب به بافت عصبی در اثر ازدیاد گرمای ایجاد شده، چندان قابل اعتماد نیستند. به هر حال، پیشرفت های اخیر در تحقیقات، استفاده از لیزرها با طول موج های مفید، به همراه خنک کننده هایی مانند اسپری آب یا هوا که تحولی نوید بخش در کاربرد لیزر در بافت سخت دندان است را میسر نموده است [۴].

از زمان پیدایش لیزرها، بخش عمده‌ای از تحقیقات به بررسی برداشت پوسیدگی‌های دندان توسط لیزر، اختصاص یافته است. امروزه چند لیزر با طول موج های مشابه، در ناحیه فروسرخ میانی (middle infrared) به منظور برداشت پوسیدگی های دندان، مورد استفاده قرار می گیرند؛ لیزرهای Er:YAG، Er:YSGG و Er,Cr:YSGG که به ترتیب در طول موج های ۲۹۴۰ nm، ۲۷۹۰ nm، ۲۷۸۰nm به کار می روند. این طول موج‌ها بر محدوده ماکزیمم جذب آب در ناحیه مادون قرمز منطبق اند، اما جذب آب در لیزر Er:YAG ($13000\ cm^{-1}$) بسیار بیشتر از جذب در Er:YSGG ($7000 cm^{-1}$) و Er, Cr:YSGG ($4000 cm^{-1}$) است و به همین دلیل کیفیت برداشت بافت سخت توسط Er:YAG بالاتر از سایر لیزرها است [۵].

علاوه بر آب، هیدروکسی آپاتیت (hydroxyapatite) موجود در



دندان نیز، بیشترین جذب را در طول موج Er:YAG دارا می باشد. بنابراین، لیزرEr:YAG با طول موج ۲۹۴۰nm، منطبق بر جذب بالای آب و هیدروکسی آپاتیت بوده و به همین دلیل در برداشت بافت سخت دندان، مؤثرتر از سایر لیزرها می باشد. علاوه بر این، آسیب گرمایی اندکی به هنگام استفاده از آن، گزارش شده است، به ویژه زمانی که به همراه اسپری آب، به کار می رود [۶]. ذکر این نکته مهم است که اسپری آب، علاوه بر خنک کردن بافت، در افزایش جذب تابش لیزر در بافت نیز مؤثر است [۷]. مطالعات نشان می دهد که استفاده از لیزر Er:YAG به همراه آب، باعث می شود که در بافت عصبی افزایش دمای بسیاری ایجاد نشده و به هنگام تابش لیزر، به بافت عصبی آسیب وارد نشود [۸].

به منظور بررسی تأثیر آب به هنگام استفاده از لیزر Er:YAG در برداشت مینا، دو دندان مختلف که در یکی تابش لیزر Er:YAG به همراه آب و در دندان دیگر تابش لیزر بدون آب باشد را بررسی می‌کنیم.

مشاهده می شود افزایش دمای بافت عصبی هنگامی که تابش Er:YAG بدون آب صورت گیرد، ۲۷ درجه سانتی گراد و زمانی که همراه با آب باشد ۴ درجه سانتی گراد می شود [۸].

همچنین می دانیم که اگر افزایش دمای ناشی از تابش لیزر در بافت عصبی، بیشتر از ۵ درجه سانتی گراد شود، آسیب وارده به آن، غیر قابل جبران خواهد بود [۹]. بنابراین،افزایش دمای ناشی از تابش لیزر، باید به صورت کنترل شده و اطمینان بخشی باشد.

به طور کلی مطالعات نشان می دهند که استفاده از لیزر Er:YAG می تواند در برداشت پوسیدگی ها و کرم خوردگی های دندان و نیز در enamel-etching[5] به طور قابل اطمینان و مؤثری به کار رود [۹].

تئوری: مینای سومین دندان آسیا را می توان با مکعبی به حجم $۴mm \times ۷mm \times ۳mm$، شبیه سازی نمود.

a=4mm عرض مینا

b=7mm طول مینا

c= 3mm ضخامت مینا

حل معادله انتقال حرارت در سیستم مختصات دکارتی:

معادله انتقال حرارت عبارت است از:

$$k\nabla^2 T - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = Q \qquad (۱)$$

که در آن، k ضریب رسانندگی گرمایی، ρ چگالی، c ظرفیت گرمایی ویژه و Q چگالی انرژی جذب شده لیزر توسط مینای دندان می باشد. چون دمش Er:YAG به صورت پیوسته (cw) صورت می گیرد، جمله $\frac{\partial T}{\partial t}$ را می توان حذف کرد و در نتیجه داریم:

$$k\nabla^2 T = Q \qquad (۲)$$

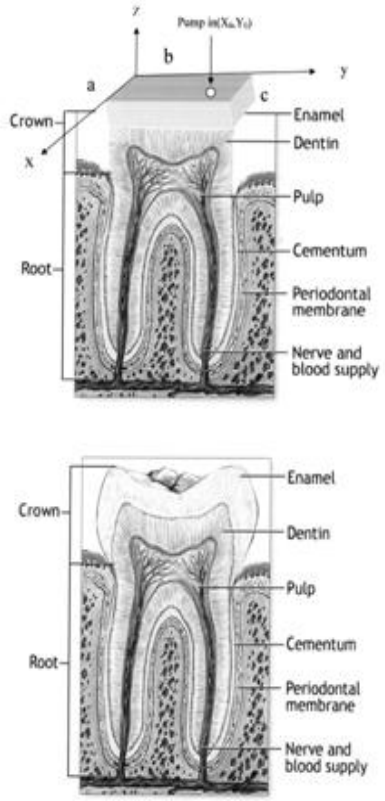
معادله (۲) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = Q \qquad (۳)$$

که در این رابطه Q چگالی انرژی تابشی جذب شده توسط مینای دندان، عبارتست از:

۱- ایجاد خلل و فرج در مینا به منظور ایجادگیر میکرومکانیکی برای چسباندن کامپوزیت (مواد پرکردنی همرنگ دندان) و یا چسباندن براکت ها بر روی دندان (در اورتودنسی).

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-19]



شکل بالا) شکل شبیه سازی شده از مینای دندان
شکل پایین) نمایی واقعی از دندان

$$Q = Q_\circ e^{-2\left[(x-X_\circ)^2+(y-Y_\circ)^2\right]/\omega^2{}_p} e^{\alpha z} \qquad (۴)$$

که $Q_\circ$ به صورت زیر می باشد:

$$Q_\circ = \frac{2\eta P\alpha}{\pi\omega^2{}_p(1-e^{\alpha c})erf(\frac{a\sqrt{2}}{2\omega_p})erf(\frac{b\sqrt{2}}{2\omega_p})} \qquad (۵)$$

در رابطه بالا a، b، c به ترتیب عرض، طول و ضخامت مینای دندان می باشد.

همچنین $X_\circ, Y_\circ$ مختصات نقطه تابش، ω_p کمر باریکه لیزر، α ضریب جذب و η درصد تولید گرما می باشد.

با جاگذاری رابطه ی (۳) در (۴) داریم:

$$k_x\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+k_y\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+k_z\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}=Q_\circ e^{-2\left[(x-X_\circ)^2+(y-Y_\circ)^2\right]/\omega^2{}_p}e^{\alpha z} \qquad (۶)$$

با توجه به اینکه چهار وجه دندان در دمای ثابت محیط $\left(T_\circ = 37^\circ c = 310k\right)$ قرار دارند، پس شرایط مرزی عبارتند از:

1) $T(x=0,y,z)= T_0$
2) $T(x=a,y,z)= T_0$
3) $T(x,y=0,z)= T_0$
4) $T(x,y=b,z)= T_0$

برای حل معادله دیفرانسیل (۶)، جوابی به صورت زیر را در نظر می‌گیریم:

$$T(x,y,z)=\left[\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}T_{mn}(z)\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)\right]+T_0 \qquad (۷)$$

با جایگذاری معادله (۷) در (۶) و استفاده از شرط تعامد سینوس ها [۱۰]، رابطه زیر حاصل می شود:

$$\frac{d^2T_{mn^{(z)}}}{dz^2}-\Gamma_{mn}^2T_{mn^{(z)}}=\frac{4Q_\circ}{abk_z}p_mq_ne^{\alpha z} \qquad (۸)$$

که در این رابطه:

$$\Gamma_{mn}^2=\frac{k_x}{k_z}\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2+\frac{k_y}{k_z}\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \qquad (۹)$$

$$p_m=\int_\circ^a e^{-2(x-X_\circ)^2/\omega_p^2}\sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right)dx \qquad (۱۰)$$

$$q_n=\int_\circ^b e^{-2(y-Y_\circ)^2/\omega_p^2}\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)dy \qquad (۱۱)$$

رابطه (۸) یک معادله دیفرانسیل غیرهمگن مرتبه دو است که حل آن به صورت زیر می باشد:

$$T_{mn^{(z)}}=Ae^{-\Gamma_{mn}z}+Be^{\Gamma_{mn}z}-Me^{\alpha z} \qquad (۱۲)$$

که در این رابطه M به صورت $M=\frac{4Q_\circ p_mq_n}{abk_z\left(\alpha^2-\Gamma_{mn}^2\right)}$ می باشد.

با جایگذاری رابطه (۱۲) در (۷)رابطه زیر بدست می آید:

$$T(x,y,z)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\left(Ae^{-\Gamma_{mn}z}+Be^{\Gamma_{mn}z}-Me^{\alpha z}\right)\sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right)\right]+T_0 \qquad (۱۴)$$

حال دو شرط مرزی دیگر که شرط سرمایشی نیوتنی نامیده می شوند، و به صورت زیر بیان می گردد را اعمال می کنیم:

$$\begin{cases} k_z\frac{\partial T(x,y,z)}{\partial z}\Big|_{z=0}=h\left[T(x,y,z=0)-T_0\right] \\ -k_z\frac{\partial T(x,y,z)}{\partial z}\Big|_{z=-c}=h\left[T(x,y,z=-c)-T_0\right] \end{cases} \qquad (۱۵)\ (۱۶)$$

که در روابط بالا h ضریب همرفت میباشد.

با جایگذاری رابطه (۱۴) در (۱۵) و (۱۶)، دو معادله بدست می‌آیند؛ با حل این دستگاه دو معادله دو مجهولی ضرائب A, B را می‌توان تعیین کرد. به این ترتیب تابع توزیع دما، T(x,y,z)، در هر

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-19]

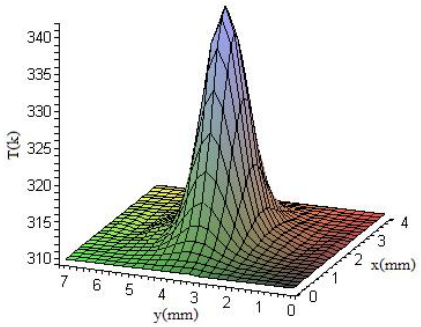
نقطه بدست می آید. با استفاده از مقادیر عددی حاصل از تابش لیزر Er:YAG به مینای دندان، که در جدول (۱) خلاصه شده اند، می‌توان نمودار توزیع دما را در حالت های مختلف بدست آورد.
خنک کننده در تابش لیزر Er:YAG اسپری آب است که همزمان با

جدول ۱- مقادیر مربوط به مینای دندان

متغییر	نماد	مقدار
عرض مینا	a	4 mm
طول مینا	b	7 mm
عمق مینا	c	3 mm
ضریب رسانندگی گرمایی مینا	$k_x=k_y=k_z$	[11] $\frac{w}{mm \circ c}$ 0.000933478
ضریب همرفت	h	[12] 0.00297206 $\frac{w}{mm^2 \circ c}$
کمر باریکه لیزر Er:YAG	ω_p	[13] 1 mm
ضریب جذب مینا در تابش لیزر Er:YAG	α	[14] 76.8 mm^{-1}
توان لیزرEr:YAG به کار رفته در enamel-etching	P	[15] 1 w
دمای محیط (دمای دهان)	T_0	310 k
طول موج لیزرEr:YAG	λ	mm 2940×10^{-6}
درصد تولید گرما در مینا در تابش لیزرEr:YAG	η	[16-17] 0.26

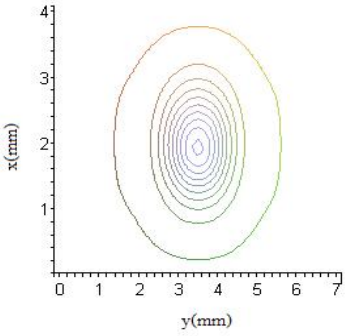
تابش لیزر، بر سطح مینا (به وجه بالایی مکعب) پاشیده می شود. با این فرض که چهار وجه اطراف این مکعب (مینا)، در دمای دهان ($T_\circ = ۳۷^\circ c$) می باشند، معادله انتقال حرارت را در سیستم مختصات دکارتی و با در نظر گرفتن شرایط مرزی حل کرده و تابع توزیع دما را در هر نقطه، بدست می آوریم.

در شکل شماره ۱، نمودار تابع توزیع دما درون مینای دندان وقتی نقطه ای در وسط دندان تحت تابش لیزر Er:YAG با توان یک وات قرار می‌گیرد، رسم شده است. همانطور که از شکل پیداست بیشینه دما ۳۴۰ درجه کلوین معادل ۶۷ درجه سانتیگراد می باشد.



شکل۱- نمای سه بعدی تابع توزیع دما در سطح مینا تابش در مرکز مینای دندان

در شکل شماره ۲، نمودار کانتوری توزیع دما مشاهده می شود. با توجه به این نمودار بیشترین تغییرات در نواحی نزدیک تابش می‌باشد.

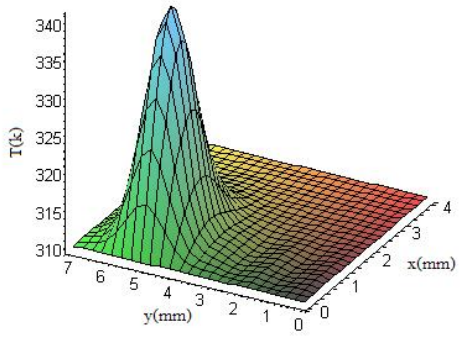


شکل۲- نمودار کانتوری دما در سطح مینا تابش در مرکز مینای دندان

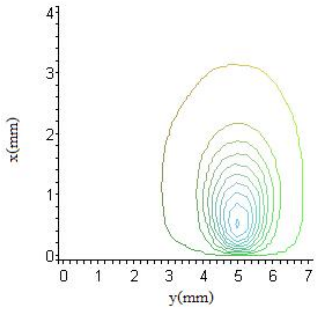
در شکل شماره ۳، نمودار تابع توزیع دما وقتی نقطه‌ای در لبه دندان در معرض تابش لیزر قرار می‌گیرد، رسم شده است. هرچند که بیشینه دما همان ۳۴۰ درجه کلوین است ولی با توجه به شکل شماره ۴، تغییرات دما در لبه‌ای که نزدیک نقطه تابش قرار دارد نسبت به بقیه نقاط بیشتر است؛ که این امر ممکن است باعث شکستگی دندان شود.

در شکل‌های شماره ۵ و۶ تغییرات دما در نقطه تابش برحسب عمق، رسم شد است؛ با توجه به این نمودارها تغییرات دما برحسب عمق، بستگی به محل تابش ندارد.

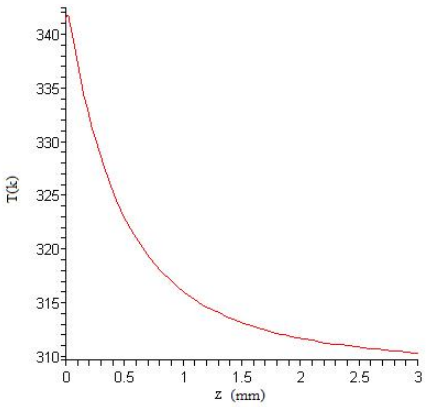
[Downloaded from icml.ir on 2026-11-19]



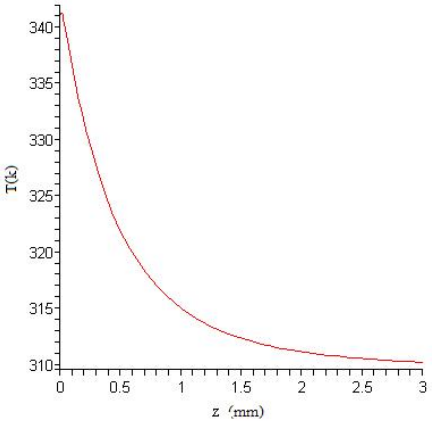
شکل۳- نمای سه بعدی تابع توزیع دما درسطح مینا
تابش در گوشه مینای دندان



شکل ۴- نمودار کانتوری دما در سطح مینا
تابش در گوشه مینای دندان



شکل ۵- تغییرات دما بر حسب فاصله از سطح دندان (I)
تابش در مرکز مینای دندان



شکل ۶- تغییرات دما بر حسب فاصله از سطح دندان (I)
تابش در گوشه مینای دندان

منابع

۱. رضا عمید. کاربرد لیزر در دندانپزشکی بالینی. مقدمه-گفتار۱، پاییز(۱۳۸۵).

2. Rasmudden S.T, Patchin R.E. Frature, properties of human enamel and dentin in an aqueous environment. Journal of Dental Research 1984; 63: 1362-8.

3. www.dentaleconomics.com/display_article/237325/54/none /none/Feat/Rekindle-Your-Practice-with-Laser-Light.

4. Yuki Nishimoto, Masayuki Otsiku, Monica Yamauti, Testuya Eguchi, Yasuhara Sato, Richard M. Foxton, Junji Yagami. Effect of pulse Duration of Er:YAG on Dentin Ablation", Dental Materials Journal 2008; 27(3): 433-9.

5. Walsh L. J. The current status of Laser applications in Dentistry. Australian Dental Journal 2003; 48(3): 146-55.

6. Steren R. Visuri, Joseph T. Walsh, Harvey A. Wigdor. Eribum. Laser ablation of dental hard tissue: effect of Water cooling. Lasers in Surgery and Medicine 2008; 18(3): 294-300.

7. Burkes EJ Jr, Hoke J, Gomes E, Wolbarsht M. Wet Versus dry enamel ablation by Er: YAG Laser. J Prosthet Dent 1992; 67(6): 847-51.

8. Rode A.V, Gamaly E.G, Luther-Davies B, Taylor MGraessel B.T, J. Dawes M, Chan A, Lowe R.M, Hannaford P. Precision ablation of dental enamel using a subpicosecond pulsed Laser. Australian Dental Journal 2003; 48(4): 233-9.

9. Moshonov J, Stabholz A, Leopold Y, Rosenberg I, Stabholz. Lasers in dentistry-interaction with biological tissues and the effect on the soft tissues of the oral cavity, the hard tissues of the tooth and dental pulp. Refuat Hapeh Vehashinayim 2001; 18(3-4): 21-8,107-8.

10. Sabaeian M, Nadgaran H, Mousave L. Analytical solution of the heat equation in a longitudinally pumped cubic solid-

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-19]

state laser. Appl Optics 2008; 47(13): 2317-25.

11. Brown W.S, Dewey W.A, Jacobs H.R. Thermal properties of tooth. J Dent Res 1970; 49(4): 752-5.

12. Loyd B.A, Mcginley M.B, Bowns W. S. Thermal stress in teeth. J Dent Res 1978; 57(4): 752-5.

13. Ceballos L, Toledano M, Osorio R, Tay F.R, Marshall G.W. Bonding to Er:YAG-Laser-treated Dentin. J Dent Res 2002; 81(2): 19-122.

14. Tuan Vo-Dinh, Biomedical photonics Hand Book, CRC Press 2004.

15. Basaran G, Ozer T, Berk N, Hamamci O. Etching enamel for orthodontics with an erbium,chromium:yttrium-scandium-gallium-garnet laser system. Angle Orthod 2007; 77(1): 117-23.

16. Miserendino LJ, Pick RM, Editors, lasers in dentistry, Quintessence. Hanover Park, IL Quintessence Publishing Co. Inc (1995).

17. Manni J.G. Dental applications of advanced lasers. JGM Associates, Inc (2004).

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-19]