

# بررسی تحلیلی قابع توزیع دما درون مینای دندان تحت تابش لیزر Er: YAG

## خلاصه

در این مقاله پس از شبیه سازی و حل تحلیلی معادله انتقال حرارت درون مینای دندان به بررسی قابع توزیع دما درون آن هنگامی که در معرض تابش لیزر YAG با توان یک وات قرار می گیرد پرداخته ایم. برای این کار در ابتدا چگالی انرژی جذب شده توسط مینا را استخراج کرده سپس معادله غیر همگن توزیع دما در حالت پایا را به روش تحلیلی حل کرده ایم. در آخر با توجه به ثابت های حرارتی مربوط به مینا، نمودارهای مربوط به قابع توزیع دما را رسم کرده به بحث پیرامون آنها پرداخته ایم.

نتیجه: با رسم نمودارهای قابع توزیع دما در حالت های مختلف و مقایسه دمایها با جدول اثرات حرارتی لیزری بر روی بافت [۱]، متوجه می شویم که در این مقاله، بیشینه دمای ایجاد شده در سطح مینا، در محدوده تغییر ماهیت پروتئین ها است ولی به اثرات مخربی مانند تبخیر یا کربنیزه شدن منجر نمی گردد. همچنین به دلیل آنکه در محیط های آبی، در محدوده  $70^{\circ}\text{C}$ - $70^{\circ}\text{C}$  خصوصیات شکست مینا تغییری نمی کند [۲]. در این مقاله، تغییرات جندانی در استحکام مینا نیز حاصل نمی شود. بنابراین، تابش Er:YAG بر روی مینا، تحت این شرایط، اطمینان بخش بوده و اثرات مخربی به دنبال نخواهد داشت.

واژه های کلیدی: توزیع دما در مینای دندان، لیزر YAG

دکتر پرویز الهی<sup>۱</sup>

بیتا فارسی<sup>۲</sup>

دکتر محمد گودرزی شیرازی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> گروه فیزیک دانشگاه صنعتی شیراز

<sup>۲</sup> گروه فیزیک دانشگاه پیام نور شیراز

<sup>۳</sup> دندانپزشک

کاربرد داشت. در سال ۱۹۹۷ کاربرد لیزر Er:YAG در بافت نرم و سخت توسعه یافت و پس از آن، انواع دیگری از لیزر ایریبیوم یعنی Er:YSGG و اخیراً Cr:YSGG در دندانپزشکی مورد استفاده قرار می گیرند. به طور کلی از مهمترین لیزرهای در دندانپزشکی می توان به لیزرهای زیر اشاره کرد [۱]:

- ۱ الکساندر (۷۵۵nm و ۳۷۷nm)
- ۲ آرگون (۴۸۸ nm و ۵۱۵ nm)
- ۳ He:Ne (۶۳۳ nm)
- ۴ یودلیزرهای (۹۸۰ nm و ۸۳۰ nm و ۸۰۰ nm)
- ۵ Nd:YAG (۱۰۶۴ nm)
- ۶ Ho:YAG (۲۱۰۰ nm)
- ۷ Er,cr:YSGG (۲۷۸۰ nm)
- ۸ Er:YSGG (۲۷۹۰ nm)
- ۹ Er: YAG (۲۹۴۰ nm)
- ۱۰ Co<sub>2</sub> (۹۶۰۰ nm و ۱۰۶۰۰ nm)

آزمایش های بسیار، به منظور بررسی تأثیر لیزرهای مختلف بر روی بافت سخت دندان حاکی از آن است که استفاده از لیزرهای یاقوت، Nd:YAG و Co<sub>2</sub> به دلیل پائین بودن بازدهی و تأثیرات نامطلوبی

## مقدمه

استفاده از لیزر و تحقیقات در زمینه های کاربرد عملی لیزر در دندانپزشکی، در دهه اخیر رشد و پیشرفت چشمگیری داشته است که در ابتدا به تاریخچه مختصراً از آن اشاره می کنیم [۱ و ۳]:

در سال ۱۹۱۶ تئوری گسیل القایی توسط اینشتین بیان شد. در سال ۱۹۶۰ اولین لیزر (لیزر یاقوت) توسط مایمن<sup>۱</sup> و در سال ۱۹۶۴ لیزر تحقیقاتی یاقوت در دندانپزشکی توسط استرن<sup>۲</sup> و ساگنس<sup>۳</sup> ساخته شد. لیزرهای گازی از جمله لیزر CO<sub>2</sub> نیز از اهمیت تحقیقاتی خاصی برخوردار بودند. اگر چه این نوع لیزر در برش و کنترل خونریزی بافت نرم دهان و لثه مفید است، اما در استفاده بر روی بافت سخت محدودیت هایی دارد. اولین گزارش کار با لیزر Nd مربوط به تحقیقات در دانشکده توکوهو در ژاپن بر روی دندان حیوانات، در سال ۱۹۷۴ می باشد.

در سال ۱۹۸۰ لیزر پالسی Nd:YAG توسط دکتر مایمن<sup>۴</sup> و برادرش ساخته شد. که این لیزر هم در بافت نرم و هم در بافت سخت

<sup>1</sup>-Maiman

<sup>2</sup>-Stern

<sup>3</sup>-Sagnnaes

<sup>4</sup>-Myers

عصبی افزایش دمای بسیاری ایجاد نشده و به هنگام تابش لیزر، به بافت عصبی آسیب وارد نشود [۸].

به منظور بررسی تأثیر آب به هنگام استفاده از لیزر Er:YAG در برداشت مینا، دو دندان مختلف که در یکی تابش لیزر Er:YAG به همراه آب و در دندان دیگر تابش لیزر بدون آب باشد را بررسی می‌کنیم.

مشاهده می‌شود افزایش دمای بافت عصبی هنگامی که تابش Er:YAG بدون آب صورت گیرد، ۲۷ درجه سانتی گراد و زمانی که همراه با آب باشد ۴ درجه سانتی گراد می‌شود [۸].

همچنین می‌دانیم که اگر افزایش دمای ناشی از تابش لیزر در بافت عصبی، بیشتر از ۵ درجه سانتی گراد شود، آسیب وارده به آن، غیر قابل جبران خواهد بود [۹]. بنابراین، افزایش دمای ناشی از تابش لیزر، باید به صورت کنترل شده و اطمینان بخشی باشد.  
به طور کلی مطالعات نشان می‌دهند که استفاده از لیزر Er:YAG می‌تواند در برداشت پوسیدگی‌ها و کرم خوردگی‌های دندان و نیز در <sup>۵</sup>enamel-etching به طور قابل اطمینان و مؤثری به کار رود [۹].

تئوری: مینای سومین دندان آسیا را می‌توان با مکعبی به حجم  $4mm \times 7mm \times 3mm$ ، شبیه سازی نمود.

a=4mm عرض مینا

b=7mm طول مینا

c=3mm ضخامت مینا

حل معادله انتقال حرارت در سیستم مختصات دکارتی:  
معادله انتقال حرارت عبارت است از:

$$k\nabla^2T - \rho c \frac{\partial T}{\partial t} = Q \quad (1)$$

که در آن،  $k$  ضریب رسانندگی گرمایی،  $\rho$  چگالی،  $c$  ظرفیت گرمایی ویژه و  $Q$  چگالی انرژی جذب شده لیزر توسط مینای دندان می‌باشد.  
چون دمش Er:YAG به صورت پیوسته (cw) صورت گیرد،  
جمله  $\frac{\partial T}{\partial t}$  را می‌توان حذف کرد و در نتیجه داریم:

$$k\nabla^2T = Q \quad (2)$$

معادله (۲) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = Q \quad (3)$$

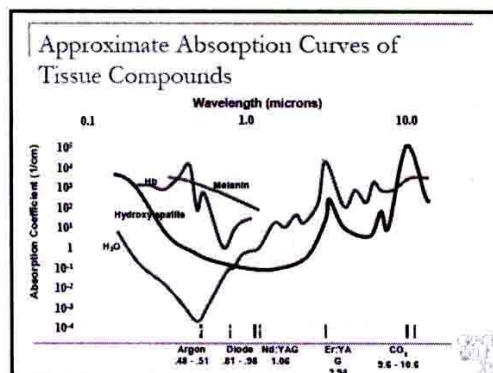
که در این رابطه  $Q$  چگالی انرژی تابشی جذب شده توسط مینای دندان، عبارتست از:

۱- ایجاد خلل و فرج در مینا به منظور ایجاد گیر میکرومکانیکی برای چسباندن کامپوزیت (مواد پرکردنی همنگ دندان) و یا چسباندن برآکت‌ها بر روی دندان (در اورتوننسی).

مانند ذوب شدن، ترک خوردن، کربنیزه شدن در مینا و عاج و آسیب به بافت عصبی در اثر ازدیاد گرمایی ایجاد شده، چندان قابل اعتماد نیستند. به هر حال، پیشرفت‌های اخیر در تحقیقات، استفاده از لیزرهای با طول موج‌های مفید، به همراه خنک کننده‌هایی مانند اسپری آب یا هوا که تحولی نوید بخش در کاربرد لیزر در بافت سخت دندان است را میسر نموده است [۴].

از زمان پیدایش لیزرهای دندان توسط لیزر، اختصاص یافته است. امروزه چند لیزر با طول موج‌های مشابه، در ناحیه فروسرخ میانی (middle infrared) به منظور برداشت پوسیدگی‌های دندان، مورد استفاده قرار می‌گیرند؛ لیزرهای Er:YAG و Er:YSGG که به ترتیب در طول موج‌های nm، ۲۹۴۰ nm، ۲۷۸۰ nm به کار می‌روند. این طول موج‌ها بر محدوده ماکریزم جذب آب در ناحیه مادون قرمز منطبق‌اند، اما جذب آب در لیزر  $Er:YAG$  ( $13000 cm^{-1}$ ) بسیار بیشتر از جذب در  $Er, Cr:YSGG$  ( $4000 cm^{-1}$ ) و  $Er, Cr:YSGG$  ( $7000 cm^{-1}$ ) است و به همین دلیل کیفیت برداشت بافت سخت توسط  $Er:YAG$  بالاتر از سایر لیزرهای است [۵].

علاوه بر آب، هیدروکسی آپاتیت (hydroxyapatite) موجود در



دندان نیز، بیشترین جذب را در طول موج  $Er:YAG$  دارد. بنابراین، لیزر  $Er:YAG$  با طول موج ۲۹۴۰ nm، منطبق بر جذب بالای آب و هیدروکسی آپاتیت بوده و به همین دلیل در برداشت بافت سخت دندان، مؤثرتر از سایر لیزرهای می‌باشد. علاوه بر این، آسیب گرمایی اندکی به هنگام استفاده از آن، گزارش شده است، به ویژه زمانی که به همراه اسپری آب، به کار می‌رود [۶]. ذکر این نکته مهم است که اسپری آب، علاوه بر خنک کردن بافت، در افزایش جذب تابش لیزر در بافت نیز مؤثر است [۷]. مطالعات نشان می‌دهد که استفاده از لیزر  $Er:YAG$  به همراه آب، باعث می‌شود که در بافت

$$4) T(x,y,b,z) = T_0$$

برای حل معادله دیفرانسیل (۶)، جوابی به صورت زیر را در نظر می‌گیریم:

$$T(x,y,z) = \left[ \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} T_{mn}(z) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \right] + T_0 \quad (7)$$

با جایگذاری معادله (۷) در (۶) و استفاده از شرط تعامد سینوس ها [۱۰]، رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{d^2 T_{mn(z)}}{dz^2} - \Gamma_{mn}^2 T_{mn(z)} = \frac{4Q_o}{abk_z} p_m q_n e^{\alpha z} \quad (8)$$

که در این رابطه:

$$\Gamma_{mn}^2 = \frac{k_x}{k_z} \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \frac{k_y}{k_z} \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \quad (9)$$

$$p_m = \int_0^a e^{-2(x-X_o)^2/\omega_p^2} \sin\left(\frac{m\pi}{a}x\right) dx \quad (10)$$

$$q_n = \int_0^b e^{-2(y-Y_o)^2/\omega_p^2} \sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right) dy \quad (11)$$

رابطه (۸) یک معادله دیفرانسیل غیرهمگن مرتبه دو است که حل آن به صورت زیر می‌باشد:

$$T_{mn(z)} = A e^{-\Gamma_{mn} z} + B e^{\Gamma_{mn} z} - M e^{\alpha z} \quad (12)$$

که در این رابطه  $M = \frac{4Q_o p_m q_n}{abk_z (\alpha^2 - \Gamma_{mn}^2)}$  به صورت  $M$  می‌باشد.

با جایگذاری رابطه (۱۲) در (۷) رابطه زیر بدست می‌آید:

$$T(x,y,z) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left( A e^{-\Gamma_{mn} z} + B e^{\Gamma_{mn} z} - M e^{\alpha z} \right) \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right) \right] + T_0 \quad (14)$$

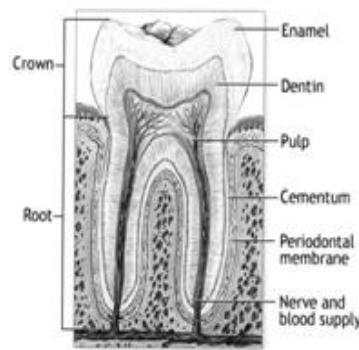
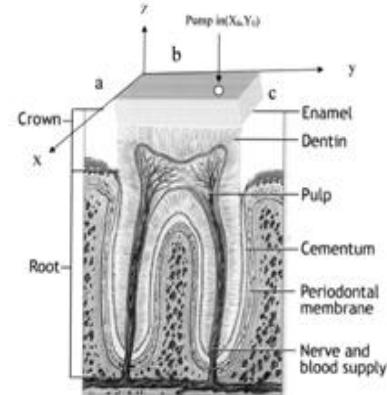
حال دو شرط مرزی دیگر که شرط سرمایشی نیوتونی نامیده می‌شوند، و به صورت زیر بیان می‌گردد را اعمال می‌کنیم:

(۱۵)

$$\begin{cases} k_z \frac{\partial T(x,y,z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = h[T(x,y,z=0) - T_0] \\ -k_z \frac{\partial T(x,y,z)}{\partial z} \Big|_{z=-c} = h[T(x,y,z=-c) - T_0] \end{cases} \quad (16)$$

که در روابط بالا  $h$  ضریب همرفت می‌باشد.

با جایگذاری رابطه (۱۴) و (۱۶) در (۱۵)، دو معادله بدست می‌آیند؛ با حل این دستگاه دو معادله دو مجهولی ضرائب A، B، C را می‌توان تعیین کرد. به این ترتیبتابع توزیع دما،  $T(x,y,z)$  در هر



شکل بالا) شکل شبیه سازی شده از مینای دندان  
شکل پایین) نمایی واقعی از دندان

$$Q = Q_o e^{-2[(x-X_o)^2 + (y-Y_o)^2]/\omega_p^2} e^{\alpha z} \quad (4)$$

که در این رابطه  $Q_o$  به صورت زیر می‌باشد:

$$Q_o = \frac{2\eta P \alpha}{\pi \omega_p^2 (1 - e^{\alpha c}) \operatorname{erf}(\frac{a\sqrt{2}}{2\omega_p}) \operatorname{erf}(\frac{b\sqrt{2}}{2\omega_p})} \quad (5)$$

در رابطه بالا a, b, c به ترتیب عرض، طول و ضخامت مینای دندان می‌باشد.

همچنین  $X_o, Y_o$  مختصات نقطه تابش،  $\omega_p$  کمر باریکه لیزر،  $\alpha$  ضریب جذب و  $\eta$  درصد تولید گرما می‌باشد.

با جایگذاری رابطه (۳) در (۴) داریم:

$$k_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = Q_o e^{-2[(x-X_o)^2 + (y-Y_o)^2]/\omega_p^2} e^{\alpha z} \quad (6)$$

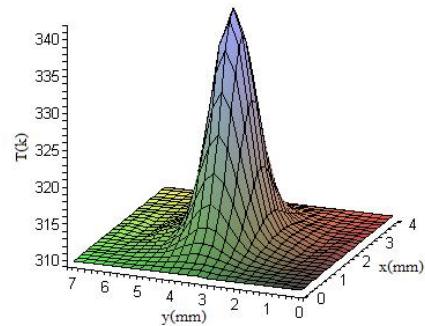
با توجه به اینکه چهار وجه دندان در دمای ثابت محیط  $(T_o = 37^\circ C = 310K)$  قرار دارد، پس شرایط مرزی عبارتند از:

- 1)  $T(x=0, y, z) = T_0$
- 2)  $T(x=a, y, z) = T_0$
- 3)  $T(x, y=0, z) = T_0$

نقطه بدهست می آید. با استفاده از مقادیر عددی حاصل از تابش لیزر Er:YAG به مینای دندان، که در جدول (۱) خلاصه شده اند، می توان نمودار توزیع دما را در حالت های مختلف بدهست آوردن. خنک کننده در تابش لیزر Er:YAG اسپری آب است که همزمان با

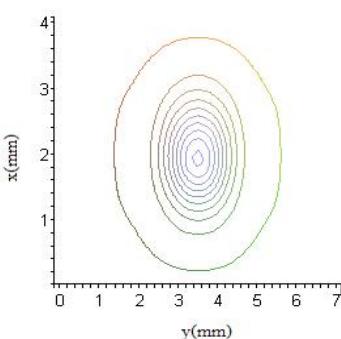
جدول ۱- مقادیر مربوط به مینای دندان

متغیر	نماد	مقدار
عرض مینا	a	4 mm
طول مینا	b	7 mm
عمق مینا	c	3 mm
ضریب رسانندگی گرمایی مینا	$k_x = k_y = k_z$	$\frac{[11]}{\frac{w}{mm \circ c}}$ 0.000933478
ضریب همرفت	h	$\frac{[12]}{\frac{w}{mm^2 \circ c}}$ 0.00297206
کمر باریکه لیزر Er:YAG	$\omega_p$	$\frac{[13]}{1 mm}$
ضریب جذب مینا در تابش لیزر Er:YAG	$\alpha$	$\frac{[14]}{76.8 mm^{-1}}$
توان لیزر Er:YAG به enamel-etching کار رفته در	P	$\frac{[15]}{1 w}$
دما محیط (دماه دهن)	$T_0$	310 k
طول موج لیزر Er:YAG	$\lambda$	$mm 2940 \times 10^{-6}$
درصد تولید گرما در مینا در تابش لیزر Er:YAG	$\eta$	$\frac{[16-17]}{0.26}$



شکل ۱- نمای سه بعدی تابع توزیع دما در سطح مینا تابش در مرکز مینای دندان

در شکل شماره ۲، نمودار کانتوری توزیع دما مشاهده می شود. با توجه به این نمودار بیشترین تغییرات در نواحی نزدیک تابش می باشد.



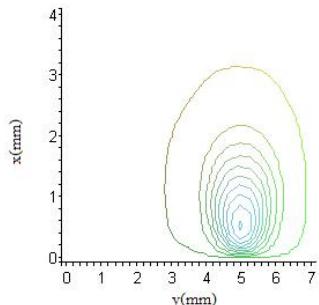
شکل ۲- نمودار کانتوری دما در سطح مینا تابش در مرکز مینای دندان

در شکل شماره ۳، نمودار تابع توزیع دما و نقطه ای در لبه دندان در معرض تابش لیزر قرار می گیرد، رسم شده است. هرچند که بیشینه دما همان ۳۴۰ درجه کلوین است ولی با توجه به شکل شماره ۴، تغییرات دما در لبه ای که نزدیک نقطه تابش قرار دارد نسبت به بقیه نقاط بیشتر است؛ که این امر ممکن است باعث شکستگی دندان شود.

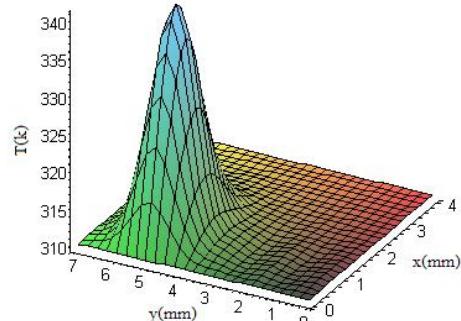
در شکل های شماره ۵ و ۶ تغییرات دما در نقطه تابش بر حسب عمق، رسم شد است؛ با توجه به این نمودارها تغییرات دما بر حسب عمق، بستگی به محل تابش ندارد.

تابش لیزر، بر سطح مینا (به وجه بالایی مکعب) پاشیده می شود. با این فرض که چهار وجه اطراف این مکعب (مینا)، در دمای دهان ( $T_0 = 37^\circ C$ ) می باشند، معادله انتقال حرارت را در سیستم مختصات دکارتی و با در نظر گرفتن شرایط مرزی حل کرده و تابع توزیع دما را در هر نقطه، بدست می آوریم.

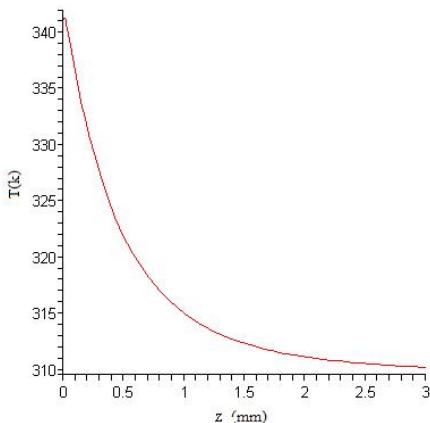
در شکل شماره ۱، نمودار تابع توزیع دما درون مینای دندان و نقطه ای در وسط دندان تحت تابش لیزر Er:YAG با توان یک وات قرار می گیرد، رسم شده است. همانطور که از شکل پیداست بیشینه دما ۳۴۰ درجه کلوین معادل ۶۷ درجه سانتیگراد می باشد.



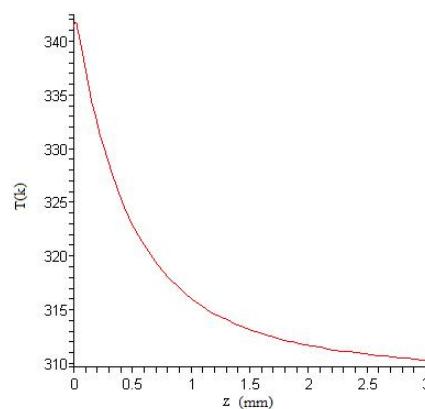
شکل ۴- نمودار کانتوری دما در سطح مینای  
تابش در گوشه مینای دندان



شکل ۳- نمای سه بعدی تابع توزیع دما در سطح مینای  
تابش در گوشه مینای دندان



شکل ۶- تغییرات دما بر حسب فاصله از سطح دندان (I)  
تابش در گوشه مینای دندان



شکل ۵- تغییرات دما بر حسب فاصله از سطح دندان (I)  
تابش در مرکز مینای دندان

## منابع

1. رضا عميد. کاربرد لیزر در دندانپرشکی بالینی. مقدمه-گفتار، ۱، پاییز (۱۳۸۵).
2. Rasmussen S.T, Patchin R.E. Frature, properties of human enamel and dentin in an aqueous environment. *Journal of Dental Research* 1984; 63: 1362-8.
3. [www.dentaleconomics.com/display\\_article/237325/54/none/none/Feat/Rekindle-Your-Practice-with-Laser-Light](http://www.dentaleconomics.com/display_article/237325/54/none/none/Feat/Rekindle-Your-Practice-with-Laser-Light).
4. Yuki Nishimoto, Masayuki Otsiku, Monica Yamauti, Testuya Eguchi, Yasuhara Sato, Richard M. Foxton, Junji Yagami. Effect of pulse Duration of Er:YAG on Dentin Ablation", *Dental Materials Journal* 2008; 27(3): 433-9.
5. Walsh L. J. The current status of Laser applications in Dentistry. *Australian Dental Journal* 2003; 48(3): 146-55.
6. Steren R. Visuri, Joseph T. Walsh, Harvey A. Wigdor. Eribum. Laser ablation of dental hard tissue: effect of Water cooling. *Lasers in Surgery and Medicine* 2008; 18(3): 294-300.
7. Burkes EJ Jr, Hoke J, Gomes E, Wolbarsht M. Wet Versus dry enamel ablation by Er: YAG Laser. *J Prosthet Dent* 1992; 67(6): 847-51.
8. Rode A.V, Gamaly E.G, Luther-Davies B, Taylor MGraessel B.T, J. Dawes M, Chan A, Lowe R.M, Hannaford P. Precision ablation of dental enamel using a subpicosecond pulsed Laser. *Australian Dental Journal* 2003; 48(4): 233-9.
9. Moshonov J, Stabholz A, Leopold Y, Rosenberg I, Stabholz. Lasers in dentistry-interaction with biological tissues and the effect on the soft tissues of the oral cavity, the hard tissues of the tooth and dental pulp. *Refuat Hapeh Vehashinayim* 2001; 18(3-4): 21-8,107-8.
10. Sabaeian M, Nadgaran H, Mousave L. Analytical solution of the heat equation in a longitudinally pumped cubic solid-

- state laser. *Appl Optics* 2008; 47(13): 2317-25.
11. Brown W.S, Dewey W.A, Jacobs H.R. Thermal properties of tooth. *J Dent Res* 1970; 49(4): 752-5.
12. Loyd B.A, Mcginley M.B, Bowns W. S. Thermal stress in teeth. *J Dent Res* 1978; 57(4): 752-5.
13. Ceballos L, Toledano M, Osorio R, Tay F.R, Marshall G.W. Bonding to Er:YAG-Laser-treated Dentin. *J Dent Res* 2002; 81(2): 19-122.
14. Tuan Vo-Dinh, Biomedical photonics Hand Book, CRC Press 2004.
15. Basaran G, Ozer T, Berk N, Hamamci O. Etching enamel for orthodontics with an erbium,chromium:yttrium-scandium-gallium-garnet laser system. *Angle Orthod* 2007; 77(1): 117-23.
16. Miserendino LJ, Pick RM, Editors, lasers in dentistry, Quintessence. Hanover Park, IL Quintessence Publishing Co. Inc (1995).
17. Manni J.G. Dental applications of advanced lasers. JGM Associates, Inc (2004).