لیزر در پزشکی ۱۴۰۰/ دوره ۱۸ / شماره (۴) / صفحات ۱۸-۹.

مقاله پژوهشی

یک مدل اپتیکی سه بعدی برای توصیف عملکرد اپتیکی چشم مبتلا به قوز قرنیه

پانته‌آ جلیلی [۱]
کیوان معقولی [۲]*
خسرو جدیدی [۳]

چکیده

هدف: قوز قرنیه یک نوع تخریب پیشرونده قرنیه بدون التهاب است که در آن قرنیه نازک و در نهایت بیرون‌زده و شکلی مخروطی به خود می‌گیرد. قوز قرنیه باعث آستیگماتیسم نامنظم‌شده و کیفیت بینایی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. هدف اصلی این پژوهش مدل‌کردن کارکرد اپتیکی چشم بیمار با استفاده از داده‌های توپوگرافی قرنیه است.

روش و بررسی: با استفاده از داده‌های توپوگرافی کلینیکی قرنیه، شامل شعاع انحنا و ارتفاع، یک مدل سه بعدی براساس روش تعقیب پرتو و قانون اسنِل برای بررسی عملکرد اپتیکی چشم مبتلا به قوز قرنیه قبل و بعد از عمل کاشت رینگ توسعه‌داده‌شد. برای محاسبه ابیراهی‌های مختلف از روش بسط برحسب چندجمله‌ای‌های زرنیک استفاده شد. علاوه‌براین، برای اعتبارسنجی مدل از نقشه‌های کلینیکی ابیراهی بیمار استفاده شد.

یافته‌ها: با تابش یک جبهه موج تخت به چشم بیمار، خطای جبهه موج و همچنین دیاگرام لکه روی شبکیه بازسازی شدند. دیاگرام لکه روی شبکیه نشان داد که در این شرایط ابیراهی‌های مرتبه بالاتر نیز ظاهر می‌شوند. با استفاده از ضرایب زرنیک مقدار ابیراهی‌های مختلف بررسی شد. نتایج مربوط به ابیراهی کلی چشم تطابق خوبی با داده‌های کلینیکی داشتند.

نتیجه‌گیری: مدل ۳ بعدی پیشنهادشده اختلاف مسیر اپتیکی برای هر پرتو، خطای جبهه موج و انواع نقشه‌های ابیراهی چشم را محاسبه می‌کند. با استفاده از این مدل و روش‌های پیش‌بینی توپوگرافی قرنیه بعد از عمل کاشت رینگ می‌توان پزشکان را در انتخاب رینگ مناسب قبل از عمل کمک کرد.

واژه‌های کلیدی: قوز قرنیه، توپوگرافی قرنیه، روش تعقیب پرتو، خطای جبهه موج، ابیراهی.

۱- کارشناسی ارشد، مهندسی پزشکی (بیوالکتریک)، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، دانشکده علوم و فناوری‌های پزشکی، گروه مهندسی پزشکی، تهران، ایران، pantea.jalili@gmail.com
۲- دانشیار، مهندسی پزشکی (بیوالکتریک)، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، دانشکده علوم و فناوری‌های پزشکی، گروه مهندسی پزشکی، تهران، ایران،
۳- متخصص و جراح چشم، فلوشیپ بیماری‌های قرنیه و خارج چشمی، فوق‌تخصص قرنیه، استاد، دانشگاه علوم پزشکی سمنان، مرکز تحقیقات سلامت بینایی، سمنان، ایران، Kh.jadidi@semums.ac.ir

نویسندهٔ مسئول: کیوان معقولی
پست الکترونیک:
k_maghooli@srbiau.ac.ir

شماره تماس: ۹۸۲۱۴۴۸۶۷۵۵۵+
تلفن همراه: ۹۸۹۱۲۲۹۹۳۲۱۲+

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-03]

مقدمه

قرنیه به‌طور طبیعی شکلی گرد یا کروی دارد، ولی در بیماری قوز قرنیه[1]، قرنیه نازک، برآمده و مخروطی شکل می‌شود [۱-۳]. اصلاح دید در مراحل ابتدایی بیماری با عینک و سپس با لنز تماسی ممکن است. چنانچه روند پیشرفت بیماری کم باشد، از کاشت حلقه‌های داخل چشم برای اصلاح دید بیمار استفاده‌شده و در مراحل پیشرفته، پیوند قرنیه انجام می‌شود [٤،٥].

عمل کاشت رینگ در بعضی از قوز قرنیه‌های خفیف تا متوسط که کنتاکت لنز را نمی‌توانند تحمل کنند، کاربرد دارد. رینگ در محیط داخل قرنیه قرار می‌گیرد و با کششی که بر روی قسمت مرکزی قرنیه ایجاد می‌کند، نایکنواختی انحنای قرنیه را کاهش می‌دهد. این رینگ‌ها با کاهش میزان آستیگماتیسم، به بهبود بینایی کمک می‌کنند. میزان موفقیت عمل کاشت رینگ داخل قرنیه بسیار متغیر و از فردی به فرد دیگر متفاوت است [٦-٨].

امروزه با استفاده از نقشه‌های توپوگرافی قرنیه، که توسط دستگاه‌های اپتیکی استاندارد تهیه می‌شوند، می‌توان شکل و فرم قرنیه را استخراج کرد [۹،۱۰]. دو نوع نقشه اصلی توپوگرافی وجود دارد: (۱) نقشه‌های انحنا[2] و (۲) نقشه‌های ارتفاع[3]. نقشه‌های انحنا دو نوع هستند: نقشه‌های انحنای محوری[4] و نقشه‌های انحنای مماسی[5]. نقشه ارتفاع معمولا نسبت به یک سطح مخروطی استاندارد داده می‌شود. این اطلاعات برای تشخیص آسیب‌های قرنیه بسیار مفید هستند. این مطالعات می‌تواند در تشخیص نوع مناسب رینگ و ضخامت کاشت کمک شایانی به پزشکان قبل از عمل بکند. پیش‌زمینه این کار استخراج اپتیک چشم بیمار با استفاده از داده‌های توپوگرافی است.

در یک چشم ایده‌آل همه پرتوهای ناشی از یک نقطه شیئ در یک نقطه روی شبکیه به هم می‌رسند، طول مسیر اپتیکی یکسانی را طی می‌کنند و همچنین جبهه موج همگراشونده در شبکیه کروی است.

براساس این تعریف در چشمی که دچار ابیراهی است پرتوها در یک نقطه روی شبکیه به هم برخورد نمی‌کنند، طول مسیر اپتیکی یکسانی تا شبکیه طی نمی‌کنند و همچنین جبهه موج داخل چشم کروی نیست [۱۱]. براساس این سه تعریف می‌توانیم نقشه ابیراهی[6] را به ۳ روش استخراج کرد.

۱- هر پرتو چقدر نسبت به پرتو در چشم ایده‌آل روی شبکیه منحرف می‌شود.

۲- اختلاف راه اپتیکی[7] (OPD) تا شبکیه برای پرتوهای برخوردی محاسبه شود.

۳- با استفاده از میزان تفاوت شکل جبهه موج با جبهه موج کروی مرجع نقشه ابیراهی استخراج کرد.

برای استخراج همه این نقشه‌های ابیراهی به دانستن نحوه انتشار نور داخل چشم نیاز داریم [۱۱،۱۲]. برای بررسی نحوه انتشار نور در چشم، صرف‌نظر از مدل مورد استفاده برای قرنیه، می‌توان هم از اپتیک موجی و هم از اپتیک هندسی بهره گرفت [۱۳،۱۴]. اپتیک هندسی ابزار به نسبت ساده‌تری است که اطلاعات مورد نیاز برای بسیاری از کاربردها را در اختیار قرار می‌دهد. در این روش نور به صورت دسته پرتوهایی در نظر گرفته می‌شود که مسیر آنها با قوانین ساده فیزیکی مانند قانون اسنِل دنبال می‌شود. با این روش تغییرات جبهه موج استخراج‌شده و با استفاده از آن در مورد انواع ابیراهی‌ها بررسی صورت می‌گیرد [۱۵-۱۷]. در حالتی که پرتوها نزدیک محور منتشر شوند و واگرایی زیادی نداشته باشند می‌توان از روش تقریبی ماتریس پرتو استفاده کرد. این تقریب برای سیستم‌های ایده‌آل است و با نتایج واقعی تفاوت خوهد داشت.

مشکل اصلی در روش تعقیب پرتو برای چشم، تعریف سطح و تعیین بردار نرمال سطح در هر نقطه برای استفاده در قانون اسنل و به دست آوردن زاویه شکست پرتو از سطح است. چشم متشکل از سطوح انکساری متعدد و برای مـثال در مورد قرنیه نامنظم است. در این حالات نیاز است که بردار نرمال به صورت موضعی تعریف شود.

[1] Keratoconus
[2] Curvature maps
[3] Elevation maps
[4] Axial curvature maps
[5] Tangential curvature maps
[6] Aberration map
[7] Optical Path Difference

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-03]

برای مثال در مرجع [۱۸] با تعریف سطوح برازش‌شده روی داده‌های توپوگرافی قرنیه و استفاده از قانون اسنل در ۳ بعد، شکل لکه[1] را روی شبکیه بررسی کرده‌اند. مشکل اصلی این نوع بررسی، در تقریب به کار برده‌شده برای تعریف سطوح و هزینه محاسباتی بالای آن است. در این نوع از روش‌ها یک سطح به داده‌های ارتفاع قرنیه برازش‌شده و سپس محل برخورد پرتو به سطح با روش‌های عددی، که معمولاً تقریبی و از نظر برنامه‌نویسی پرهزینه و زمان‌بر هستند، محاسبه می‌شود. همچنین برای به‌دست‌آوردن بردار نرمال در نقطه برخورد پرتو به سطح و استفاده از قانون اسنِل برای پیداکردن زاویه شکست باید از عملگر گرادیان سطح برازش‌شده استفاده کرد که خطای بیشتری وارد محاسبات خواهد شد. بنابراین توسعه یک مدل اپتیکی قابل اطمینان و با هزینه محاسباتی کم برای بررسی نحوه انتشار نور داخل چشم دارای اهمیت فراوانی است.

در این پژوهش یک مدل اپتیکی برای توصیف عملکرد اپتیکی چشم مبتلا به قوز قرنیه با استفاده از روش تعقیب پرتو در ۳ بعد و اندازه‌گیری داده‌های توپوگرافی قرنیه ارائه می‌شود. نقطه برخورد پرتو به سطح با استفاده از نقشه‌های ارتفاع و همچنین بهترین کره برازش‌شده که توسط دستگاه ارائه‌شده محاسبه می‌شوند. همچنین بردار واحد نرمال در نقطه برخورد نیز به‌صورت تحلیلی محاسبه می‌گردد. علاوه بر سطوح قرنیه، لنز داخلی چشم نیز با استفاده از یک عدسی دارای دو سطح مدل شده و وارد محاسبات خواهند شد. علاوه‌براین، در مدل ارائه‌شده اختلاف راه اپتیکی، دیاگرام لکه و ضرایب زرنیک چشم مورد بررسی قرار می‌گیرند. همچنین برای اعتبارسنجی مدل از داده‌های تهیه‌شده توسط دستگاه‌های استاندارد ابیراهی‌سنج چشم استفاده می‌شود.

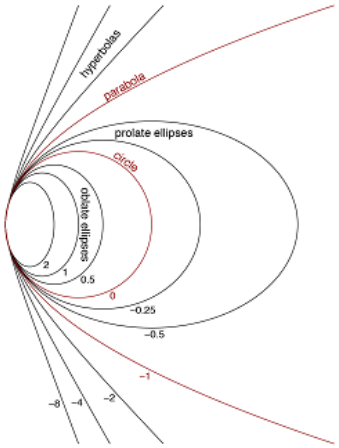
روش بررسی

با توجه به اینکه در چشم مبتلا به قوز قرنیه شکل سطوح قدامی و خلفی قرنیه از حالت کروی خارج می‌شود، نیاز داریم که برای توصیف اپتیک آن از مدل‌های عام‌تر استفاده کنیم. بنابراین ما یک سطح مخروطی دلخواه در نظر می‌گیریم و مختصات نقطه برخورد پرتو با سطح، نرمال سطح در آن نقطه و بردار واحد انتشار پرتو بعد از شکست از سطح را به‌دست می‌آوریم. این کار را برای سطوح مختلف چشم انجام خواهیم داد.

در حالت کلی می‌توان معادله یک سطح مخروطی[2] را به شکل زیر بنویسیم:

$$(z-z_v)^2(K+1)-2R(z-z_v)+x^2+y^2=0 \qquad (۱)$$

که z_v مکان ورتکس، R شعاع انحنا در این نقطه و K ثابت مخروطی است. بسته به مقدار K می‌توان سطوح مختلفی مطابق شکل ۱ تولید کرد. برای مثال کره متناظر با $K=0$، $K>0$ بیضوی پخ[3]، $-1<K<0$ بیضوی کشیده[4] یا $K=-1$ سهموی[5] را توصیف می‌کند [۱۹].



شکل ۱. فرم‌های مختلف مقطع مخروطی با ثابت مخروطی متفاوت.

با تعریف $r^2=x^2+y^2$ می‌توانیم معادله‌ای برای $z(r)$ و dz/dr به صورت زیر دست آوریم.

[1] Spot diagram

[2] conic
[3] oblate ellipsoid
[4] prolate ellipsoid
[5] parabola

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-03]

(۲)

$$z = z_v + \frac{R}{K+1} - \sqrt{\frac{R^2}{(K+1)^2} - \frac{r^2}{K+1}}, \quad z'(r) = \frac{r}{K+1}\left[\frac{R^2}{(K+1)^2} - \frac{r^2}{K+1}\right]^{-1/2}$$

در این مرحله باید نقطه برخورد یک پرتو مشخص به این سطح را به دست آوریم. پرتو اولیه i با مختصات $\vec{\rho}_i = (x_i, y_i, z_i)$ و بردار واحد انتشار $\hat{k}_i = (k_{xi}, k_{iy}, k_{zi})$ را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم پرتو به سمت راست انتشار می‌یابد. بنابراین مختصات این پرتو حین انتشار به صورت $\vec{\rho} = \vec{\rho}_i + s\hat{k}_i$ خواهد بود که s طول مسیری است که پرتو پیموده است. برای به‌دست آوردن محل تقاطع پرتو با سطح می‌توان معادله بالا و (۱) را به صورت‌برداری و همزمان حل‌کرده و معادله‌ای درجه دو برحسب s بدست آورد.

$$\begin{aligned} &s^2 + 2bc + c = 0 \\ &b = \frac{x_i k_{ix} + y_i k_{iy} + \left[(K+1)(z_i - z_v) - R\right]k_{iz}}{k_{ix}^2 + k_{iy}^2 + (K+1)k_{iz}^2} \\ &c = \frac{(K+1)(z_i - z_v)^2 - 2R(z_i - z_v)}{k_{ix}^2 + k_{iy}^2 + (K+1)k_{iz}^2} \end{aligned} \qquad (۳)$$

جواب معادله بالا $s = -b \pm \sqrt{b^2 - c}$ است. می‌توان ثابت کرد در حالتی که $K > -1$ است، جواب صحیح به صورت زیر خواهد بود.

$$s = -b - \frac{R}{|R|}\frac{k_{iz}}{|k_{iz}|}\sqrt{b^2 - c} \qquad (٤)$$

در سه بعد می‌توان رابطه زیر را برای بردار واحد نرمال سطح به دست آورد:

$$\hat{n} = \frac{1}{\sqrt{R^2 - Kr_{i+1}^2}} \begin{pmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \\ -\frac{R}{|R|}\sqrt{R^2 - (K+1)r_{i+1}^2} \end{pmatrix} \qquad (٥)$$

حال که نرمال سطح را در سه بعد به دست آوردیم، از قانون اسنِل برای بردار واحد انتشار پرتو بعد از شکست از سطح استفاده می‌کنیم. می‌دانیم بردار پرتو فرودی به سطح، $\hat{k}_i$، به همراه بردار واحد نرمال، $\hat{n}$، یک صفحه تشکیل می‌دهند. می‌توانیم یک بردار از ضرب خارجی $\hat{k}_i$ و $\hat{n}$ بسازیم و $\hat{k}_i$ را حول این بردار به اندازه مشخصی بچرخانیم تا $\hat{k}_{i+1}$ را به دست آوریم. راه ساده‌تر این است که بخشی از $\hat{n}$ را که بر $\hat{k}_i$ عمود است برداریم و نرمالیزه کنیم. نام این بردار جدید را $\hat{l}$ می‌گذاریم.

$$\hat{l} = norm\left(\hat{n} - \left(\hat{k}_i \,.\, \hat{n}\right)\hat{k}_i\right) \qquad (۶)$$

مشخص است که $\hat{l}$ بر $\hat{k}_i$ عمود است. زاویه برخورد پرتو فرودی $\cos(\theta_i) = \left|\hat{n}.\hat{k}_i\right|$ است. بنابراین داریم: $\sin(\theta_i) = \sqrt{1 - \left(\hat{n}.\hat{k}_i\right)^2}$. برای به‌دست آوردن زاویه شکست نسبت به نرمال سطح از قانون اسنِل استفاده می‌کنیم.

$$n_i \sin(\theta_i) = n_{i+1} \sin(\theta_{i+1}) \qquad (۷)$$

که n_i و n_{i+1} ضریب شکست‌های دو طرف سطح هستند. تغییری که باید در زاویه بردار نرمال انتشار $\hat{k}$ صورت گیرد برابر تفاوت بین زوایای ورودی و خروجی نسبت به نرمال سطح، $\Delta\theta = \theta_{i+1} - \theta_i$، است.

پس برای چرخش $\hat{k}_i$ به اندازه $\Delta\theta$ ما $\hat{k}_{i+1}$ را به صورت زیر می‌سازیم.

$$\hat{k}_{i+1} = \hat{k}\cos(\Delta\theta) \pm \hat{l}\sin(\Delta\theta) \qquad (۸)$$

برای اینکه بدانیم کدام علامت درست است باید آزمون و خطا انجام دهیم. می‌توان نشان داد که رابطه زیر برای حالتی که بازتاب هم وجود دارد جواب درستی در اختیار قرار می‌دهد.

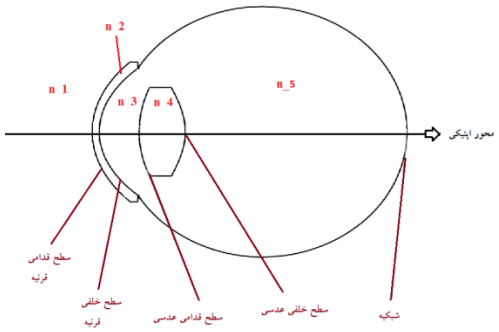
$$\hat{k}_{i+1} = \frac{n_i\, n_{i+1}}{|n_i\, n_{i+1}|}\left[\hat{k}\cos(\Delta\theta) - \frac{\hat{k}_i \,.\, \hat{n}}{\left|\hat{k}_i \,.\, \hat{n}\right|}\hat{l}\sin(\Delta\theta)\right] \qquad (۹)$$

حال که مختصات نقطه برخورد پرتو به سطح و بردار واحد انتشار بعد از شکست به‌دست آمد می‌توان با همین روش پرتو را تا سطح بعدی تعقیب کرد و رویه را برای این سطح هم تکرار کرد. بنابراین اگر مکان و بردار واحد انتشار دسته پرتو ورودی مشخص باشد می‌توان به راحتی آنها را در هر سیستم اپتیکی دنبال کرد و اطلاعات مورد نیاز را از سیستم استخراج کرد.

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-03]

داده‌های توپوگرافی سطح جلو و عقبی قرنیه، شامل ارتفاع و شعاع انحنای محوری در هر نقطه سطح، را در اختیار داریم. داده‌های ارتفاع نسبت به بهترین کره برازش شده ارائه می‌شوند. ما برای احتساب این داده‌ها در ابتدا مختصات نقطه برخورد هر پرتو با سطح کره میانگین را محاسبه می‌کنیم. این کار پارامتر S را به‌دست می‌دهد. سپس داده ارتفاع در این نقطه را از S کم می‌کنیم که مختصات صحیح نقطه برخورد پرتو به سطح به‌دست آید و سپس شعاع انحنای محوری همان نقطه را برای محاسبات بعدی به کار ببریم.

مطابق شکل ۲، براساس داده‌های کلینیکی در اختیار چشم با ۵ سطح مدل می‌شود. این سطوح شامل سطح قدامی قرنیه، سطح خلفی قرنیه، سطح جلویی عدسی، سطح عقبی عدسی و شبکیه هستند. مکان این سطوح و داده‌های مربوط به ارتفاع و شعاع انحنای محوری قرنیه را از داده‌های آزمایشگاهی به‌دست می‌آوریم. دلیل انتخاب مدل نیز این است که داده‌های کلینیکی فقط فواصل این چهار سطح را به ما می‌دهند. بنابراین مجبور هستیم که عدسی چشم را مانند یک عدسی کروی مدل کنیم.



شکل ۲. مدل‌کردن چشم بیمار با ۵ سطح شامل: سطح قدامی و خلفی قرنیه، سطح جلویی و عقبی عدسی و شبکیه.

برای پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادشده ما از برنامه MATLAB استفاده می‌کنیم. در ابتدا یک دسته پرتو با سطح مقطع دایره‌ای در مکان z=0 تعریف می‌کنیم. جهت حرکت همه این پرتوها به سمت مثبت z خواهد بود. بنابراین بردار واحد انتشار آنها فقط یک مولفه در جهت z خواهد داشت. سپس مطابق فرمول‌بندی ارائه‌شده مکان دقیق برخورد پرتوها به سطح محاسبه خواهد شد و سپس داده‌های شعاع انحنا بردار نرمال ر سطح در آن نقطه را به ما می‌دهند. مرحله بعدی استفاده از قانون اسنِل و استخراج زاویه شکست پرتو از سطح خواهد بود. این مراحل برای همه سطوح تکرار و پرتوها تا شبکیه دنبال خواهند شد.

شکل یا دیاگرام لکه روی شبکیه برای ما از اهمیت زیادی برخوردار است زیرا با تحلیل آن می‌توان در مورد ابیراهی‌های مختلف چشم نظر داد [۲۰]. داده مهم دیگر که می‌توان از مدل ارائه‌شده گرفت ابیراهی جبهه موج یا اختلاف راه اپتیکی است. ما برای این کار طول مسیر اپتیکی همه پرتوها را تا شبکیه محاسبه می‌کنیم. سپس همین کار را در مورد یک سیستم ایده‌آل با استفاده ماتریس‌های پرتو [۱۳] برای هر سطح تکرار می‌کنیم. اختلاف این دو، خطای جبهه موج را به ما می‌دهد. سپس با بسط جبهه موج برحسب چندجمله‌ای‌های زرنیک، مقدار ابیراهی‌های مختلف را به دست می‌آوریم [۲۱]. همچنین برای اعتبارسنجی نتایج ما از داده‌های ابیراهی‌سنج استاندارد برای چشم بیمار استفاده خواهیم کرد.

یافته‌ها

در ابتدا برای اعتبارسنجی الگوریتم و برنامه نوشته‌شده یک سیستم شامل پنج سطح کروی شبیه‌سازی شد و دیاگرام لکه روی شبکیه و همچنین OPD استخراج شدند. مقدار مولفه z مکان تمام پرتوهای ورودی را صفر انتخاب کرده بودیم و شعاع دسته پرتو ورودی به چشم ۴ میلی‌متر و جبهه موج ورودی تخت بود. همانطور که انتظار داشتیم، هر دو شکل نشان از ابیراهی کروی داشتند که به قابلیت اطمینان بیشتر برنامه تاکید دارد چون در این حالت فقط ابیراهی کروی وجود دارد [۱۲].

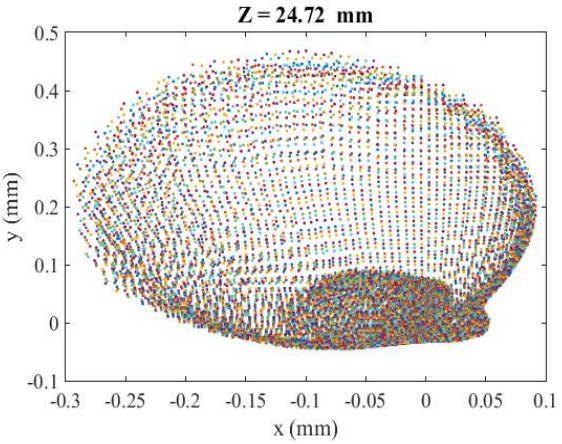
پس از اطمینان اولیه از اعتبار نتایج، داده‌های توپوگرافی سطوح جلو و عقب قرنیه یک بیمار مبتلا به قوز قرنیه وارد برنامه شدند. مقادیر پارامترهای مورد استفاده در جدول ۱ لیست شده است. z_{0i} مکان ورتکس سطح i را نشان می‌دهد.

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-03]

جدول ۱: مقادیر پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی چشم مبتلا به قوز قرنیه.

شعاع انحنا (mm)	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
	7.17	5.84	10	-6	∞
ضریب شکست	n_1	n_2	n_3	n_4	n_5
	1	1.376	1.336	1.406	1.336
مکان ورتکس (mm)	z_{01}	z_{02}	z_{03}	z_{04}	z_{05}
	1	1.469	4.989	9.259	24.72

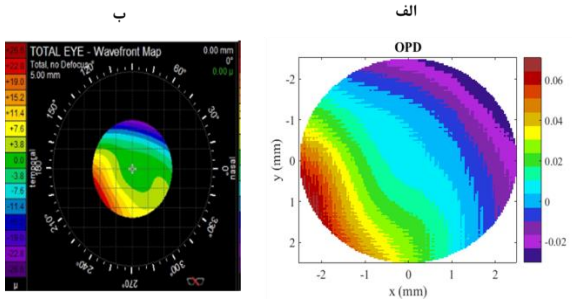
در شبیه‌سازی‌های صورت گرفته برای این بیمار، قطر دسته پرتو ورودی به چشم ۵ میلی‌متر بود. در شکل ۳، دیاگرام لکه روی شبکیه نشان داده شده است. به راحتی می‌توان تشخیص داد که چشم به شدت دچار ابیراهی‌های مرتبه بالاتر است و کارکرد اپتیکی خود را تا حد زیادی ازدست‌داده و دیگر توانایی تشکیل تصویر واضح روی شبکیه را ندارد. نکته قابل ذکر اینکه مطابق گزارشات پیشین، فاصله کانونی چشم بیمار نسبت به چشم سالم کوچکتر شده است و به همین خاطر اندازه لکه روی شبکیه پهن می‌شود [۲۲]. این شکل لکه میزان بالای ابیراهی‌های آستیگماتیسم و همچنین کوما در چشم را نشان می‌دهند.



شکل ۳: دیاگرام لکه روی شبکیه در چشم مبتلا به قوز قرنیه.

در ادامه، خطای جبهه موج یا OPD را برای این چشم بررسی کردیم. در شکل ٤الف، OPD را برای این چشم و با قطر مردمک ۵ میلی‌متر و کد رنگی استاندارد نشان داده‌ایم. همان‌طور که می‌بینیم به علت ابیراهی‌های مراتب بالاتر نایکنواختی‌های زیادی وجود دارند.

همان‌طورکه مشخص است، جبهه موج بعد از ورود به چشم دچار اختلال شده و ابیراهی‌های مختلف تاثیر خود را روی آن گذاشته‌اند.



شکل ٤: الف)خطای جبهه موج چشم مبتلا به قوز قرنیه. واحد شکل میلی‌متر است. ب) نقشه جبهه موج کل چشم که توسط دستگاه ابیراهی سنج تهیه شده است.

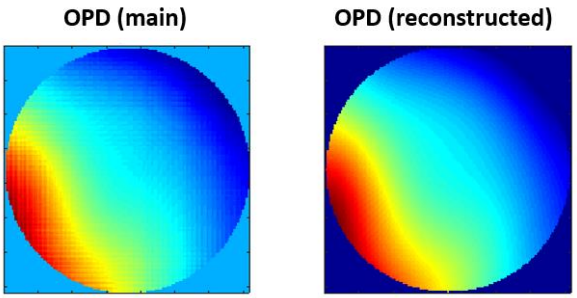
برای مقایسه با داده‌های واقعی، در شکل ٤ ب جبهه موج به دست آمده از کل چشم توسط دستگاه ابیراهی‌سنج استاندارد نشان داده شده است. از مقایسه این دو شکل مشخص است برنامه ما الگوی درستی را پیش‌بینی کرده است. دقت کنیم که شکل ٤ الف جبهه موج را نشان می‌دهد ولی در شکلی که ما به دست آوردیم خطای جبهه موج را محاسبه کرده‌ایم. با این حال الگو باید یکی باشد چون برای به دست آوردن خطای جبهه موج یک عدد ثابت را از همه طول مسیرها کم شده است.

دلیل تفاوت اندک دو تصویر را می‌توان در استفاده از یک مدل به نسبت ساده برای ساختار چشم جستجو کرد. برای مثال فرض کروی بودن عدسی چشم شاید دقیق نباشد. در واقعیت عدسی و سایر قسمت‌های چشم ابیراهی‌های اضافی بر جبهه موج تحمیل می‌کنند [۲۳،۲۴]. با این حال شبیه‌سازی‌های صورت گرفته برای بیماران دیگر نشان داد که وقتی ابیراهی داخلی چشم کم باشد تفاوت دو شکل بسیار اندک خواهد بود.

برای بازسازی جبهه موج با این چندجمله‌ای‌ها از روش برازش با ماتریس معکوس[1] استفاده شد. قابل ذکر اینکه از ۱۵چندجمله‌ای اول برای بازسازی جبهه موج استفاده شده است. در شکل ۵ علاوه بر خطای جبهه موج خروجی از برنامه تعقیب پرتو، خطای جبهه موج بازسازی‌شده با ضرایب زرنیک نیز نشان داده شده است.

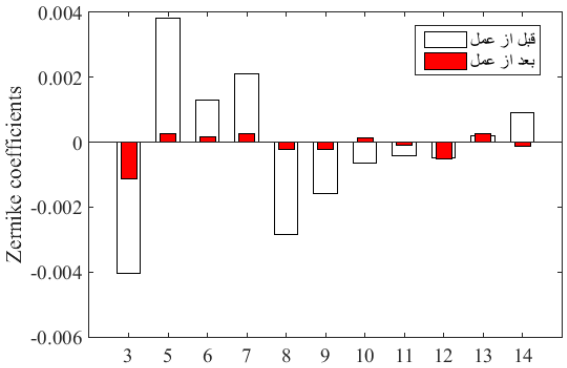
[1] Inverse Matrix fitting

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-03]



شکل۵:
چپ: OPD چشم قبل از عمل و راست: OPD بازسازی‌شده با چندجمله‌ای‌های زرنیک.

ضرایب چندجمله‌ای‌های زرنیک مورد استفاده برای بازسازی جبهه موج اطلاعات لازم را در مورد انواع ابیراهی‌ها خواهند داد. ما اطلاعات چشم بیمار چند ماه بعد از عمل کاشت رینگ را گردآوری و روند قبلی را برای آن تکرار کردیم. این کار را برای مقایسه ضرایب زرنیک چشم قبل و بعد از عمل انجام دادیم. در شکل ۶، مقدار ضرایب زرنیک مهم چشم قبل و بعد از عمل نمایش داده شده‌اند.



شکل ٦: مقدار ضرایب زرنیک چشم قبل و بعد از عمل کاشت رینگ.

قبل از عمل ابیراهی‌های تریفویل و کوما (جملات ۶،۹ و ۷،۸) چشم به نسبت سایر ابیراهی‌های مراتب بالاتر مقدار بیشتری دارند و داده‌های ابیراهی سنج استاندارد همین نتیجه را گزارش کرده‌اند. همچنین چشم به مقدار کمتر دارای آستیگمات نامنظم است که باز هم با نتایج آزمایشگاهی می‌خواند (جملات ۱۱ و ۱۳). ابیراهی کروی، جمله ۱۲، و همچنین تترافویل، جمله ۱۴، با مقادیر گزارش شده برای بیمار تطابق دارند. بااین‌حال مقدار ابیراهی تریفویل مورب، جمله شماره ۹، کمی با مقدار آزمایشگاهی فرق دارد.

مطابق شکل، بعد از عمل مقدار این ابیراهی‌ها به میزان قابل توجهی کاهش داشته است. ابیراهی‌های کوما و تترافویل کاهش شدیدی تجربه کرده‌اند که نتایج آزمایشگاهی هم این را تایید می‌کند. ابیراهی کروی مطابق نتایج آزمایشگاهی بعد از عمل کمی افزایش پیدا کرده است. همچنین از شکل مشخص است که مقدار جمله ۱۳، که مربوط به ابیراهی آستیگمات نامنظم (آستیگماتیسم ثانویه عمودی) است کمی افزایش داشته‌اند. در داده‌های کلینیکی این ابیراهی کاهش بسیارکمی داشته است. درنهایت مقدار مجذور مربعی ابیراهی‌های مراتب بالاتر[1] (جملات ٦ تا ١٤) برای تمامی حالات محاسبه شدند. مقدار این پارامتر در نتایج واقعی کاهش ۷۷٫۷% ای ابیراهی‌های مرتبه بالا را نشان می‌دهد و در نتایج برنامه‌های قبل و بعد بیمار هم این ابیراهی‌ها ۸۲٫۴% کاهش داشته‌اند و میزان این تغییرات تقریباً مشابه است. همان‌طور که در قبل هم اشاره شد، دلیل این تفاوت کم در نتایج را در مدل ساده استفاده‌شده برای سایر سطوح ساختاری چشم، مانند عدسی، و صرف‌نظرکردن از ابیراهی‌های داخلی چشم می‌بینیم.

بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از داده‌های توپوگرافی قرنیه یک مدل ۳ بعدی براساس روش تعقیب پرتو و قانون اسنِل در ۳ بعد برای مدل کردن کارکرد اپتیکی چشم مبتلا به قوز قرنیه توسعه داده شد. داده‌های توپوگرافی و همچنین شعاع انحنای سطوح قرنیه بیمار مبتلا به قوز قرنیه با استفاده از دستگاه توپوگراف استاندارد پنتاکم موجود در کلینیک استخراج شدند. مدل ارائه‌شده نقاط برخورد پرتوها به سطح، بردارهای نرمال عمود بر سطح در نقاط برخورد و زاویه شکست پرتوها از سطح را محاسبه می‌کند. با این روش پرتو تا شبکیه دنبال شده و شکل لکه روی شبکیه و همچنین اختلاف راه اپتیکی محاسبه‌می‌شود. ابیراهی‌های مختلف چشم بیمار با استفاده از روش استاندارد برازش چندجمله‌ای‌های زرنیک بررسی شدند. نتایج نشان دادند که چشم بیمار به مقدار بیشتری دارای ابیراهی‌های مراتب بالاتر

[1] HOA RMS

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-03]

تریفویل و کوما است که این ویژگی مختص بیماری قوزقرنیه است. همچنین شبیه‌سازی اپتیک چشم بعد از عمل کاشت رینگ در چشم نشان داد که مقدار این ابیراهی‌ها کاهش قابل توجهی داشته و بینایی بیمار بهبود یافته است. برای صحت‌سنجی نتایج به دست آمده مقدار ابیراهی‌های مختلف چشم قبل و بعد از عمل کاشت رینگ با دستگاه ابیراهی‌سنج آی‌تریس اندازه‌گیری شدند. نتایج محاسبات و شبیه‌سازی‌های صورت گرفته تطابق خوبی با نتایج این دستگاه ابیراهی سنج استاندارد داشتند. اختلاف اندک بین نتایج به نبود داده‌های توپوگرافی سطوح عدسی چشم و همچنین مدل ساده استفاده‌شده برای چشم ارتباط داده می‌شود.

داده‌های مربوط به سطوح عدسی چشم با استفاده از دستگاه‌هایی مانند توموگرافر با نور همدوس قابل اندازه‌گیری هستند. استفاده از این داده‌ها خطای مدل را به‌صورت قابل توجه کاهش خواهد داد. همچنین امروزه تحقیقات زیادی روی پیش‌بینی توپوگرافی قرنیه بعد از کاشت رینگ خاص در چشم با استفاده از شبکه‌های عصبی در جریان است. اگر این پیش‌بینی به صورت دقیق صورت گیرد، مدل ارائه شده در این کار قادر است که اپتیک چشم را قبل از عمل کاشت پیش‌بینی کرده و بنابراین در انتخاب رینگ مناسب برای عمل به پزشکان کمک خواهد کرد.

تشکر و قدردانی

نویسندگان از کادر مجرب مرکز تحقیقات سلامت بینایی به‌خاطر فراهم‌نمودن داده‌های مورد نیاز در این پژوهش و همچنین راهنمایی‌های ارزنده تشکر و قدردانی می‌نمایند.

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-03]

References:

[1] J. Sugar, M.S. Macsai, What causes keratoconus?, Cornea. 31 (2012) 716-719.

[2] F. Askarizadeh , H. Hashemian , F. Aslani , M. Khorrami-Nejad , M. Aghazadeh Amiri , B. Khosravi , Characteristics of Posterior Corneal Astigmatism in Different Stages of Keratoconus, Bina. 23 (2017) 49-56. http://binajournal.org/article-1-920-fa.html.

[3] F.-X. Crahay, G. Debellemanière, S. Tobalem, W. Ghazal, S. Moran, D. Gatinel, Quantitative comparison of corneal surface areas in keratoconus and normal eyes, Sci. Rep. 11 (2021) 6840.

https://doi.org/10.1038/s41598-021-86185-3.

[4] R. Kanimozhi, R. Gayathri, A survey on detection of keratoconus, Int. J. Sci. Res. Sci. Eng. Technol. 5 (2018) 304-309.

[5] S.-F. Mohammadi, V. Mohammadzadeh, S. Kadivar, A.-H. Beheshtnejad, A.H. Norooznezhad, S.-H. Hashemi, Topographic typology in a consecutive series of refractive surgery candidates, Int. Ophthalmol. 38 (2018) 1611-1619. https://doi.org/10.1007/s10792-017-0631-2.

[6] Noor Eye Hospital and Clinics. Intacs, Intracorneal ring., (n.d.). https://www.noorvision.com/fa/.

[7] V. Jhanji, N. Sharma, R.B. Vajpayee, Management of keratoconus:currentscenario,Br.J.Ophthalmol.95(2011) 1044-1050.https://doi.org/10.1136/bjo.2010.185868.

[8] S. Schröder, T. Eppig, W. Liu, J. Schrecker, A. Langenbucher, Keratoconic eyes with stable corneal tomography could benefit more from custom intraocular lens design than normal eyes, Sci. Rep. 9 (2019) 3479. https://doi.org/10.1038/s41598-019-39904-w.

[9] R. Fan, T.C.Y. Chan, G. Prakash, V. Jhanji, Applications of corneal topography and tomography: a review, Clin. \& Exp. Ophthalmol. 46 (2018) 133-146.

https://doi.org/https://doi.org/10.1111/ceo.13136.

[10]M. Mülhaupt, S. Dietzko, J. Wolffsohn, S. Bandlitz, Corneal topography with an aberrometry-topography system, Contact Lens Anterior Eye. 41 (2018) 436-441.

[11]L.N. Thibos, Representation of Wavefront Aberrations, (2007).

[12]G.R. Fowles, Introduction to modern optics, Courier Corporation, 1989.

[13]T.-C. Poon, T. Kim, Engineering optics with Matlab®, World Scientific Publishing Company, 2017.

[14]J.E. Gómez-Correa, A.L. Padilla-Ortiz, A. Jaimes-Nájera, J.P. Trevino, S. Chávez-Cerda, Generalization of ray tracing in symmetric gradient-index media by Fermat\&\#x2019;s ray invariants, Opt. Express. 29 (2021) 33009-33026. https://doi.org/10.1364/OE.440410.

[15]J. Restrepo, P.J. Stoerck, I. Ihrke, Ray and wave aberrations revisited: a Huygens-like construction yields exact relations, J. Opt. Soc. Am. A. 33 (2016) 160-171.

https://doi.org/10.1364/JOSAA.33.000160.

[16]G. Kundu, R. Shetty, R. Ranade, D. Trivedi, V.G. Lalgudi, R.M.M.A. Nuijts, S. Annavajjhala, P. Khamar, Repeatability and Agreement of a New Scheimpflug Device and a Hartmann-Shack Aberrometer With a Ray-Tracing Aberrometer in Normal, Keratoconus, and CXL Groups, J. Refract. Surg. 38 (2022) 201-208. https://doi.org/10.3928/1081597X-20220110-01.

[17]G. Łabuz, D. Varadi, R. Khoramnia, G.U. Auffarth, Progressive-toric IOL design reduces residual astigmatism with increasing pupil size: a ray-tracing simulation based on corneal topography data, Biomed. Opt. Express. 12 (2021) 1568-1576. https://doi.org/10.1364/BOE.417894.

[18]S. Schedin, P. Hallberg, A. Behndig, Three-dimensional ray-tracing model for the study of advanced refractive errors in keratoconus, Appl. Opt. 55 (2016) 507-514. https://doi.org/10.1364/AO.55.000507.

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-03]

[19]T. Murphy, Experimental Techniques, (2011). https://tmurphy.physics.ucsd.edu/phys121/phys121.html.

[20]V. Argueta, Interpreting Lens Spot Diagrams, (n.d.). https://www.opticsforhire.com/blog/interpreting-spot-diagrams.

[21]V. Lakshminarayanan, A. Fleck, Zernike polynomials: a guide, J. Mod. Opt. 58 (2011) 545-561.

[22]J.E. Gómez-Correa, V. Coello, A. Garza-Rivera, N.P. Puente, S. Chávez-Cerda, Three-dimensional ray tracing in spherical and elliptical generalized Luneburg lenses for application in the human eye lens, Appl. Opt. 55 (2016) 2002-2010. https://doi.org/10.1364/AO.55.002002.

[23]B. Vojniković E. Tamajo, Gullstrand Optical Schematic System of the Eye--Modified by Vojniković \& Tamajo, Coll. Antropol. 37 (2013) 41-45.

[24]J. Einighammer, T. Oltrup, T. Bende, B. Jean, The Individual Virtual Eye: a Computer Model for Advanced Intraocular Lens Calculation, J. Optom. 2 (2009) 70-82. https://doi.org/https://doi.org/10.3921/joptom.2009.70.

[Downloaded from icml.ir on 2026-11-03]