

## یک مدل اپتیکی سه بعدی برای توصیف عملکرد اپتیکی چشم مبتلا به قوز قرنیه

### چکیده

**هدف:** قوز قرنیه یک نوع تخریب پیشرونده قرنیه بدون التهاب است که در آن قرنیه نازک و در نهایت بیرون زده و شکلی مخروطی به خود می‌گیرد. قوز قرنیه باعث آستیگماتیسم نامنظم شده و کیفیت بینایی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. هدف اصلی این پژوهش مدل کردن کارکرد اپتیکی چشم بیمار با استفاده از داده‌های توپوگرافی قرنیه است.

**روش و بررسی:** با استفاده از داده‌های توپوگرافی کلینیکی قرنیه، شامل شعاع انحنا و ارتفاع، یک مدل سه بعدی براساس روش تعقیب پرتو و قانون اسنل برای بررسی عملکرد اپتیکی چشم مبتلا به قوز قرنیه قبل و بعد از عمل کاشت رینگ توسعه داده شد. برای محاسبه ابیراهی‌های مختلف از روش بسط برحسب چند جمله‌ای‌های زرنیک استفاده شد. علاوه بر این، برای اعتبارسنجی مدل از نقشه‌های کلینیکی ابیراهی بیمار استفاده شد.

**یافته‌ها:** با تابش یک جبهه موج تخت به چشم بیمار، خطای جبهه موج و همچنین دیاگرام لکه روی شبکیه بازسازی شدند. دیاگرام لکه روی شبکیه نشان داد که در این شرایط ابیراهی‌های مرتبه بالاتر نیز ظاهر می‌شوند. با استفاده از ضرایب زرنیک مقدار ابیراهی‌های مختلف بررسی شد. نتایج مربوط به ابیراهی کلی چشم تطابق خوبی با داده‌های کلینیکی داشتند.

**نتیجه‌گیری:** مدل ۳ بعدی پیشنهاد شده اختلاف مسیر اپتیکی برای هر پرتو، خطای جبهه موج و انواع نقشه‌های ابیراهی چشم را محاسبه می‌کند. با استفاده از این مدل و روش‌های پیش‌بینی توپوگرافی قرنیه بعد از عمل کاشت رینگ می‌توان پزشکان را در انتخاب رینگ مناسب قبل از عمل کمک کرد.

پانته آ جلیلی<sup>۱</sup>

کیوان معقولی<sup>۲\*</sup>

خسرو جدیدی<sup>۳</sup>

۱- کارشناسی ارشد، مهندسی پزشکی (بیوالکترونیک)، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، دانشکده علوم و فناوری‌های پزشکی، گروه مهندسی پزشکی، تهران، ایران، pantea.jalili@gmail.com  
۲- دانشیار، مهندسی پزشکی (بیوالکترونیک)، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد علوم و تحقیقات، دانشکده علوم و فناوری‌های پزشکی، گروه مهندسی پزشکی، تهران، ایران،  
۳- متخصص و جراح چشم، فلوشیپ بیماری‌های قرنیه و خارج چشمی، فوق تخصص قرنیه، استاد، دانشگاه علوم پزشکی سمنان، مرکز تحقیقات سلامت بینایی، سمنان، ایران، Kh.jadidi@semums.ac.ir

نویسنده مسئول: کیوان معقولی  
پست الکترونیک:

k\_maghooli@srbiau.ac.ir

+۹۸۲۱۴۴۸۶۷۵۵۵  
+۹۸۹۱۲۲۹۹۳۲۱۲

شماره تماس:  
تلفن همراه:

**واژه‌های کلیدی:** قوز قرنیه، توپوگرافی قرنیه، روش تعقیب پرتو، خطای جبهه موج، ابیراهی.

## مقدمه

قرنیه به طور طبیعی شکلی گرد یا کروی دارد، ولی در بیماری قوز قرنیه<sup>۱</sup>، قرنیه نازک، برآمده و مخروطی شکل می‌شود [۱-۳]. اصلاح دید در مراحل ابتدایی بیماری با عینک و سپس با لنز تماسی ممکن است. چنانچه روند پیشرفت بیماری کم باشد، از کاشت حلقه‌های داخل چشم برای اصلاح دید بیمار استفاده شده و در مراحل پیشرفته، پیوند قرنیه انجام می‌شود [۴، ۵].

عمل کاشت رینگ در بعضی از قوز قرنیه‌های خفیف تا متوسط که کنتاکت لنز را نمی‌توانند تحمل کنند، کاربرد دارد. رینگ در محیط داخل قرنیه قرار می‌گیرد و با کششی که بر روی قسمت مرکزی قرنیه ایجاد می‌کند، ناپیکنواختی انحنا را کاهش می‌دهد. این رینگ‌ها با کاهش میزان آستیگماتیسم، به بهبود بینایی کمک می‌کنند. میزان موفقیت عمل کاشت رینگ داخل قرنیه بسیار متغیر و از فردی به فرد دیگر متفاوت است [۶-۸].

امروزه با استفاده از نقشه‌های توپوگرافی قرنیه، که توسط دستگاه‌های اپتیکی استاندارد تهیه می‌شوند، می‌توان شکل و فرم قرنیه را استخراج کرد [۹، ۱۰]. دو نوع نقشه اصلی توپوگرافی وجود دارد: (۱) نقشه‌های انحنا<sup>۲</sup> و (۲) نقشه‌های ارتفاع<sup>۳</sup>. نقشه‌های انحنا دو نوع هستند: نقشه‌های انحنا محور<sup>۴</sup> و نقشه‌های انحنا مماسی<sup>۵</sup>. نقشه ارتفاع معمولاً نسبت به یک سطح مخروطی استاندارد داده می‌شود. این اطلاعات برای تشخیص آسیب‌های قرنیه بسیار مفید هستند. این مطالعات می‌تواند در تشخیص نوع مناسب رینگ و ضخامت کاشت کمک شایانی به پزشکان قبل از عمل بکنند. پیش‌زمینه این کار استخراج اپتیک چشم بیمار با استفاده از داده‌های توپوگرافی است.

در یک چشم ایده‌آل همه پرتوهای ناشی از یک نقطه شیئی در یک نقطه روی شبکیه به هم می‌رسند، طول مسیر اپتیکی یکسانی را طی می‌کنند و همچنین جبهه موج همگراشونده در شبکیه کروی است.

بر اساس این تعریف در چشمی که دچار ابیراهی است پرتوها در یک نقطه روی شبکیه به هم برخورد نمی‌کنند، طول مسیر اپتیکی یکسانی تا شبکیه طی نمی‌کنند و همچنین جبهه موج داخل چشم کروی نیست [۱۱]. بر اساس این سه تعریف می‌توانیم نقشه ابیراهی<sup>۶</sup> را به ۳ روش استخراج کرد.

۱- هر پرتو چقدر نسبت به پرتو در چشم ایده‌آل روی شبکیه منحرف می‌شود.

۲- اختلاف راه اپتیکی<sup>۷</sup> (OPD) تا شبکیه برای پرتوهای برخوردی محاسبه شود.

۳- با استفاده از میزان تفاوت شکل جبهه موج با جبهه موج کروی مرجع نقشه ابیراهی استخراج کرد.

برای استخراج همه این نقشه‌های ابیراهی به دانستن نحوه انتشار نور داخل چشم نیاز داریم [۱۱، ۱۲]. برای بررسی نحوه انتشار نور در چشم، صرف‌نظر از مدل مورد استفاده برای قرنیه، می‌توان هم از اپتیک موجی و هم از اپتیک هندسی بهره گرفت [۱۳، ۱۴]. اپتیک هندسی ابزار به نسبت ساده‌تری است که اطلاعات مورد نیاز برای بسیاری از کاربردها را در اختیار قرار می‌دهد. در این روش نور به صورت دسته پرتوهایی در نظر گرفته می‌شود که مسیر آنها با قوانین ساده فیزیکی مانند قانون اسنل دنبال می‌شود. با این روش تغییرات جبهه موج استخراج شده و با استفاده از آن در مورد انواع ابیراهی‌ها بررسی صورت می‌گیرد [۱۵-۱۷]. در حالتی که پرتوها نزدیک محور منتشر شوند و واگرایی زیادی نداشته باشند می‌توان از روش تقریبی ماتریس پرتو استفاده کرد. این تقریب برای سیستم‌های ایده‌آل است و با نتایج واقعی تفاوت خواهد داشت.

مشکل اصلی در روش تعقیب پرتو برای چشم، تعریف سطح و تعیین بردار نرمال سطح در هر نقطه برای استفاده در قانون اسنل و به دست آوردن زاویه شکست پرتو از سطح است. چشم متشکل از سطوح انکساری متعدد و برای مثال در مورد قرنیه نامنظم است. در این حالات نیاز است که بردار نرمال به صورت موضعی تعریف شود.

1 Keratoconus

2 Curvature maps

3 Elevation maps

4 Axial curvature maps

5 Tangential curvature maps

6 Aberration map

7 Optical Path Difference

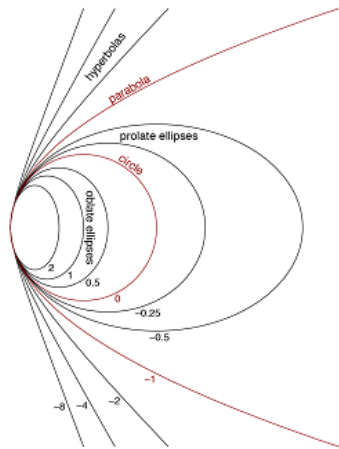
سطح مخروطی دلخواه در نظر می‌گیریم و مختصات نقطه برخورد پرتو با سطح، نرمال سطح در آن نقطه و بردار واحد انتشار پرتو بعد از شکست از سطح را به دست می‌آوریم. این کار را برای سطوح مختلف چشم انجام خواهیم داد.

در حالت کلی می‌توان معادله یک سطح مخروطی<sup>۲</sup> را به شکل

زیر بنویسیم:

$$(z - z_v)^2 (K + 1) - 2R(z - z_v) + x^2 + y^2 = 0 \quad (1)$$

که  $z_v$  مکان ورتکس،  $R$  شعاع انحنای در این نقطه و  $K$  ثابت مخروطی است. بسته به مقدار  $K$  می‌توان سطوح مختلفی مطابق شکل ۱ تولید کرد. برای مثال کره متناظر با  $K = 0$ ،  $K > 0$  بیضوی بیخ<sup>۳</sup>،  $-1 < K < 0$  بیضوی کشیده<sup>۴</sup> یا  $K = -1$  سهموی<sup>۵</sup> را توصیف می‌کند [۱۹].



شکل ۱. فرم‌های مختلف مقطع مخروطی با ثابت مخروطی متفاوت.

با تعریف  $r^2 = x^2 + y^2$  می‌توانیم معادله‌ای برای  $z(r)$  و  $dz/dr$

به صورت زیر دست آوریم.

برای مثال در مرجع [۱۸] با تعریف سطوح برازش شده روی داده‌های توپوگرافی قرنیه و استفاده از قانون اسنل در ۳ بعد، شکل لکه<sup>۱</sup> را روی شبکه بررسی کرده‌اند. مشکل اصلی این نوع بررسی، در تقریب به کار برده شده برای تعریف سطوح و هزینه محاسباتی بالای آن است. در این نوع از روش‌ها یک سطح به داده‌های ارتفاع قرنیه برازش شده و سپس محل برخورد پرتو به سطح با روش‌های عددی، که معمولاً تقریبی و از نظر برنامه‌نویسی پرهزینه و زمان‌بر هستند، محاسبه می‌شود. همچنین برای به دست آوردن بردار نرمال در نقطه برخورد پرتو به سطح و استفاده از قانون اسنل برای پیدا کردن زاویه شکست باید از عملگر گرادینان سطح برازش شده استفاده کرد که خطای بیشتری وارد محاسبات خواهد شد. بنابراین توسعه یک مدل اپتیکی قابل اطمینان و با هزینه محاسباتی کم برای بررسی نحوه انتشار نور داخل چشم دارای اهمیت فراوانی است.

در این پژوهش یک مدل اپتیکی برای توصیف عملکرد اپتیکی چشم مبتلا به قوز قرنیه با استفاده از روش تعقیب پرتو در ۳ بعد و اندازه‌گیری داده‌های توپوگرافی قرنیه ارائه می‌شود. نقطه برخورد پرتو به سطح با استفاده از نقشه‌های ارتفاع و همچنین بهترین کره برازش شده که توسط دستگاه ارائه شده محاسبه می‌شوند. همچنین بردار واحد نرمال در نقطه برخورد نیز به صورت تحلیلی محاسبه می‌گردد. علاوه بر سطوح قرنیه، لنز داخلی چشم نیز با استفاده از یک عدسی دارای دو سطح مدل شده و وارد محاسبات خواهند شد. علاوه بر این، در مدل ارائه شده اختلاف راه اپتیکی، دیاگرام لکه و ضرایب زرنیک چشم مورد بررسی قرار می‌گیرند. همچنین برای اعتبارسنجی مدل از داده‌های تهیه شده توسط دستگاه‌های استاندارد ایبراهی سنج چشم استفاده می‌شود.

### روش بررسی

با توجه به اینکه در چشم مبتلا به قوز قرنیه شکل سطوح قدامی و خلفی قرنیه از حالت کروی خارج می‌شود، نیاز داریم که برای توصیف اپتیک آن از مدل‌های عام‌تر استفاده کنیم. بنابراین ما یک

<sup>1</sup> Spot diagram

<sup>2</sup> conic

<sup>3</sup> oblate ellipsoid

<sup>4</sup> prolate ellipsoid

<sup>5</sup> parabola

نرمال،  $\hat{n}$ ، یک صفحه تشکیل می‌دهند. می‌توانیم یک بردار از ضرب خارجی  $\hat{k}_i$  و  $\hat{n}$  بسازیم و  $\hat{k}_i$  را حول این بردار به اندازه مشخصی بچرخانیم تا  $\hat{k}_{i+1}$  را به دست آوریم. راه ساده‌تر این است که بخشی از  $\hat{n}$  را که بر  $\hat{k}_i$  عمود است برداریم و نرمالیزه کنیم. نام این بردار جدید را  $\hat{l}$  می‌گذاریم.

$$\hat{l} = \text{norm}(\hat{n} - (\hat{k}_i \cdot \hat{n})\hat{k}_i) \quad (۶)$$

مشخص است که  $\hat{l}$  بر  $\hat{k}_i$  عمود است. زاویه برخورد پرتو فرودی  $\sin(\theta_i) = \sqrt{1 - (\hat{n} \cdot \hat{k}_i)^2}$  است. بنابراین داریم:  $\cos(\theta_i) = |\hat{n} \cdot \hat{k}_i|$  برای به دست آوردن زاویه شکست نسبت به نرمال سطح از قانون اسنل استفاده می‌کنیم.

$$n_i \sin(\theta_i) = n_{i+1} \sin(\theta_{i+1}) \quad (۷)$$

که  $n_i$  و  $n_{i+1}$  ضریب شکست‌های دو طرف سطح هستند. تغییری که باید در زاویه بردار نرمال انتشار  $\hat{k}$  صورت گیرد برابر تفاوت بین زوایای ورودی و خروجی نسبت به نرمال سطح،  $\Delta\theta = \theta_{i+1} - \theta_i$  است.

پس برای چرخش  $\hat{k}_i$  به اندازه  $\Delta\theta$  ما  $\hat{k}_{i+1}$  را به صورت زیر می‌سازیم.

$$\hat{k}_{i+1} = \hat{k} \cos(\Delta\theta) \pm \hat{l} \sin(\Delta\theta) \quad (۸)$$

برای اینکه بدانیم کدام علامت درست است باید آزمون و خطا انجام دهیم. می‌توان نشان داد که رابطه زیر برای حالتی که بازتاب هم وجود دارد جواب درستی در اختیار قرار می‌دهد.

$$\hat{k}_{i+1} = \frac{n_i n_{i+1}}{|n_i n_{i+1}|} \left[ \hat{k} \cos(\Delta\theta) - \frac{\hat{k}_i \cdot \hat{n}}{|\hat{k}_i \cdot \hat{n}|} \hat{l} \sin(\Delta\theta) \right] \quad (۹)$$

حال که مختصات نقطه برخورد پرتو به سطح و بردار واحد انتشار بعد از شکست به دست آمد می‌توان با همین روش پرتو را تا سطح بعدی تعقیب کرد و رویه را برای این سطح هم تکرار کرد. بنابراین اگر مکان و بردار واحد انتشار دسته پرتو ورودی مشخص باشد می‌توان به راحتی آنها را در هر سیستم اپتیکی دنبال کرد و اطلاعات مورد نیاز را از سیستم استخراج کرد.

(۲)

$$z = z_v + \frac{R}{K+1} - \sqrt{\frac{R^2}{(K+1)^2} - \frac{r^2}{K+1}}, \quad z'(r) = \frac{r}{K+1} \left[ \frac{R^2}{(K+1)^2} - \frac{r^2}{K+1} \right]^{-1/2}$$

در این مرحله باید نقطه برخورد یک پرتو مشخص به این سطح را به دست آوریم. پرتو اولیه  $i$  با مختصات  $\vec{p}_i = (x_i, y_i, z_i)$  و بردار واحد انتشار  $\hat{k}_i = (k_{ix}, k_{iy}, k_{iz})$  را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم پرتو به سمت راست انتشار می‌یابد. بنابراین مختصات این پرتو حین انتشار به صورت  $\vec{p} = \vec{p}_i + s\hat{k}_i$  خواهد بود که  $s$  طول مسیری است که پرتو پیموده است. برای به دست آوردن محل تقاطع پرتو با سطح می‌توان معادله بالا و (۱) را به صورت برداری و همزمان حل کرده و معادله‌ای درجه دو بر حسب  $s$  بدست آورد.

$$s^2 + 2bc + c = 0$$

$$b = \frac{x_i k_{ix} + y_i k_{iy} + [(K+1)(z_i - z_v) - R] k_{iz}}{k_{ix}^2 + k_{iy}^2 + (K+1)k_{iz}^2} \quad (۳)$$

$$c = \frac{(K+1)(z_i - z_v)^2 - 2R(z_i - z_v)}{k_{ix}^2 + k_{iy}^2 + (K+1)k_{iz}^2}$$

جواب معادله بالا  $s = -b \pm \sqrt{b^2 - c}$  است. می‌توان ثابت کرد در حالتی که  $K > -1$  است، جواب صحیح به صورت زیر خواهد بود.

$$s = -b - \frac{R}{|R|} \frac{k_{iz}}{|k_{iz}|} \sqrt{b^2 - c} \quad (۴)$$

در سه بعد می‌توان رابطه زیر را برای بردار واحد نرمال سطح به دست آورد:

$$\hat{n} = \frac{1}{\sqrt{R^2 - K r_{i+1}^2}} \begin{pmatrix} x_{i+1} \\ y_{i+1} \\ -\frac{R}{|R|} \sqrt{R^2 - (K+1)r_{i+1}^2} \end{pmatrix} \quad (۵)$$

حال که نرمال سطح را در سه بعد به دست آوردیم، از قانون اسنل برای بردار واحد انتشار پرتو بعد از شکست از سطح استفاده می‌کنیم. می‌دانیم بردار پرتو فرودی به سطح،  $\hat{k}_i$ ، به همراه بردار واحد

استفاده از قانون اسنل و استخراج زاویه شکست پرتو از سطح خواهد بود. این مراحل برای همه سطوح تکرار و پرتوها تا شبکه دنبال خواهند شد.

شکل یا دیاگرام لکه روی شبکه برای ما از اهمیت زیادی برخوردار است زیرا با تحلیل آن می‌توان در مورد ابیراهی‌های مختلف چشم نظر داد [۲۰]. داده مهم دیگر که می‌توان از مدل ارائه شده گرفت ابیراهی جبهه موج یا اختلاف راه اپتیکی است. ما برای این کار طول مسیر اپتیکی همه پرتوها را تا شبکه محاسبه می‌کنیم. سپس همین کار را در مورد یک سیستم ایده‌آل با استفاده ماتریس‌های پرتو [۱۳] برای هر سطح تکرار می‌کنیم. اختلاف این دو، خطای جبهه موج را به ما می‌دهد. سپس با بسط جبهه موج بر حسب چند جمله‌ای‌های زرنیک، مقدار ابیراهی‌های مختلف را به دست می‌آوریم [۲۱]. همچنین برای اعتبارسنجی نتایج ما از داده‌های ابیراهی سنج استاندارد برای چشم بیمار استفاده خواهیم کرد.

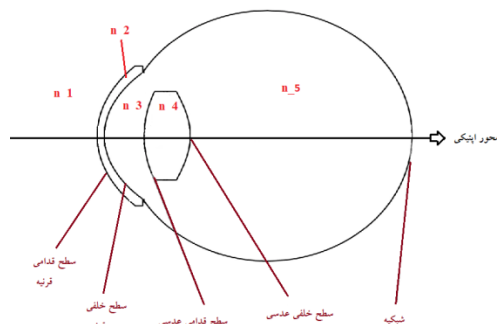
### یافته‌ها

در ابتدا برای اعتبارسنجی الگوریتم و برنامه نوشته شده یک سیستم شامل پنج سطح کروی شبیه‌سازی شد و دیاگرام لکه روی شبکه و همچنین OPD استخراج شدند. مقدار مولفه  $Z$  مکان تمام پرتوهای ورودی را صفر انتخاب کرده بودیم و شعاع دسته پرتو ورودی به چشم ۴ میلی‌متر و جبهه موج ورودی تخت بود. همانطور که انتظار داشتیم، هر دو شکل نشان از ابیراهی کروی داشتند که به قابلیت اطمینان بیشتر برنامه تاکید دارد چون در این حالت فقط ابیراهی کروی وجود دارد [۱۲].

پس از اطمینان اولیه از اعتبار نتایج، داده‌های توپوگرافی سطوح جلو و عقب قرنیه یک بیمار مبتلا به قوز قرنیه وارد برنامه شدند. مقادیر پارامترهای مورد استفاده در جدول ۱ لیست شده است.  $Z_{0i}$  مکان ورتکس سطح  $i$  را نشان می‌دهد.

داده‌های توپوگرافی سطح جلو و عقبی قرنیه، شامل ارتفاع و شعاع انحنا محوری در هر نقطه سطح، را در اختیار داریم. داده‌های ارتفاع نسبت به بهترین کره برازش شده ارائه می‌شوند. ما برای احتساب این داده‌ها در ابتدا مختصات نقطه برخورد هر پرتو با سطح کره میانگین را محاسبه می‌کنیم. این کار پارامتر  $S$  را به دست می‌دهد. سپس داده ارتفاع در این نقطه را از  $S$  کم می‌کنیم که مختصات صحیح نقطه برخورد پرتو به سطح به دست آید و سپس شعاع انحنا محوری همان نقطه را برای محاسبات بعدی به کار ببریم.

مطابق شکل ۲، براساس داده‌های کلینیکی در اختیار چشم با ۵ سطح مدل می‌شود. این سطوح شامل سطح قدامی قرنیه، سطح خلفی قرنیه، سطح جلویی عدسی، سطح عقبی عدسی و شبکه هستند. مکان این سطوح و داده‌های مربوط به ارتفاع و شعاع انحنا محوری قرنیه را از داده‌های آزمایشگاهی به دست می‌آوریم. دلیل انتخاب مدل نیز این است که داده‌های کلینیکی فقط فواصل این چهار سطح را به ما می‌دهند. بنابراین مجبور هستیم که عدسی چشم را مانند یک عدسی کروی مدل کنیم.

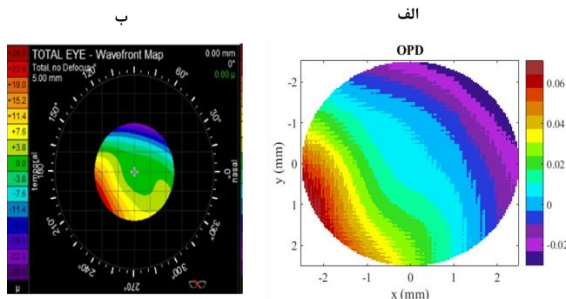


شکل ۲. مدل‌کردن چشم بیمار با ۵ سطح شامل: سطح قدامی و خلفی قرنیه، سطح جلویی و عقبی عدسی و شبکه.

برای پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهاد شده ما از برنامه MATLAB استفاده می‌کنیم. در ابتدا یک دسته پرتو با سطح مقطع دایره‌ای در مکان  $Z=0$  تعریف می‌کنیم. جهت حرکت همه این پرتوها به سمت مثبت  $Z$  خواهد بود. بنابراین بردار واحد انتشار آنها فقط یک مولفه در جهت  $Z$  خواهد داشت. سپس مطابق فرمول‌بندی ارائه شده مکان دقیق برخورد پرتوها به سطح محاسبه خواهد شد و سپس داده‌های شعاع انحنا بردار نرمال ر سطح در آن نقطه را به ما می‌دهند. مرحله بعدی

یک مدل اپتیکی سه بعدی برای توصیف عملکرد اپتیکی چشم مبتلا به قوز قرنیه

همان‌طورکه مشخص است، جبهه موج بعد از ورود به چشم دچار اختلال شده و ابیراهی‌های مختلف تاثیر خود را روی آن گذاشته‌اند.



شکل ۴: الف) خطای جبهه موج چشم مبتلا به قوز قرنیه. واحد شکل میلی‌متر است. ب) نقشه جبهه موج کل چشم که توسط دستگاه ابیراهی سنج تهیه شده است.

برای مقایسه با داده‌های واقعی، در شکل ۴ ب جبهه موج به دست آمده از کل چشم توسط دستگاه ابیراهی سنج استاندارد نشان داده شده است. از مقایسه این دو شکل مشخص است برنامه ما الگوی درستی را پیش‌بینی کرده است. دقت کنیم که شکل ۴ الف جبهه موج را نشان می‌دهد ولی در شکلی که ما به دست آوردیم خطای جبهه موج را محاسبه کرده‌ایم. با این حال الگو باید یکی باشد چون برای به دست آوردن خطای جبهه موج یک عدد ثابت را از همه طول مسیرها کم شده است.

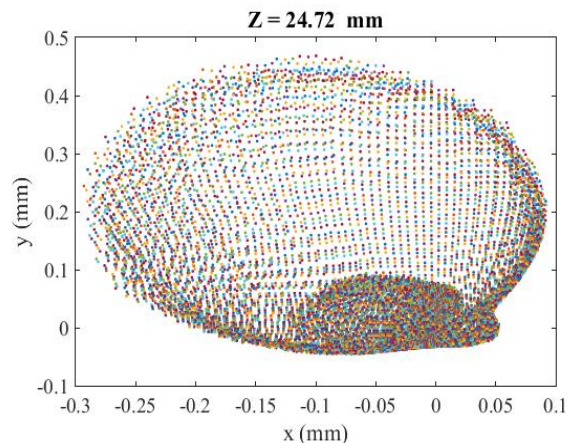
دلیل تفاوت اندک دو تصویر را می‌توان در استفاده از یک مدل به نسبت ساده برای ساختار چشم جستجو کرد. برای مثال فرض کروی بودن عدسی چشم شاید دقیق نباشد. در واقعیت عدسی و سایر قسمت‌های چشم ابیراهی‌های اضافی بر جبهه موج تحمیل می‌کنند [۲۳، ۲۴]. با این حال شبیه‌سازی‌های صورت گرفته برای بیماران دیگر نشان داد که وقتی ابیراهی داخلی چشم کم باشد تفاوت دو شکل بسیار اندک خواهد بود.

برای بازسازی جبهه موج با این چندجمله‌ای‌ها از روش برازش با ماتریس معکوس<sup>۱</sup> استفاده شد. قابل ذکر اینکه از ۱۵ چندجمله‌ای اول برای بازسازی جبهه موج استفاده شده است. در شکل ۵ علاوه بر خطای جبهه موج خروجی از برنامه تعقیب پرتو، خطای جبهه موج بازسازی شده با ضرایب زرنیک نیز نشان داده شده است.

جدول ۱: مقادیر پارامترهای مورد استفاده در شبیه‌سازی چشم مبتلا به قوز قرنیه.

شعاع انحنا (mm)	$R_5$	$R_4$	$R_3$	$R_2$	$R_1$
	$\infty$	-6	10	5.84	7.17
ضریب شکست	$n_5$	$n_4$	$n_3$	$n_2$	$n_1$
	1.336	1.406	1.336	1.376	1
مکان ورتکس (mm)	$Z_{05}$	$Z_{04}$	$Z_{03}$	$Z_{02}$	$Z_{01}$
	24.72	9.259	4.989	1.469	1

در شبیه‌سازی‌های صورت گرفته برای این بیمار، قطر دسته پرتو ورودی به چشم ۵ میلی‌متر بود. در شکل ۳، دیاگرام لکه روی شبکه نشان داده شده است. به راحتی می‌توان تشخیص داد که چشم به شدت دچار ابیراهی‌های مرتبه بالاتر است و کارکرد اپتیکی خود را تا حد زیادی ازدست داده و دیگر توانایی تشکیل تصویر واضح روی شبکه را ندارد. نکته قابل ذکر اینکه مطابق گزارشات پیشین، فاصله کانونی چشم بیمار نسبت به چشم سالم کوچکتر شده است و به همین خاطر اندازه لکه روی شبکه پهن می‌شود [۲۲]. این شکل لکه میزان بالای ابیراهی‌های آستیگماتیسم و همچنین کوما در چشم را نشان می‌دهند.



شکل ۳: دیاگرام لکه روی شبکه در چشم مبتلا به قوز قرنیه.

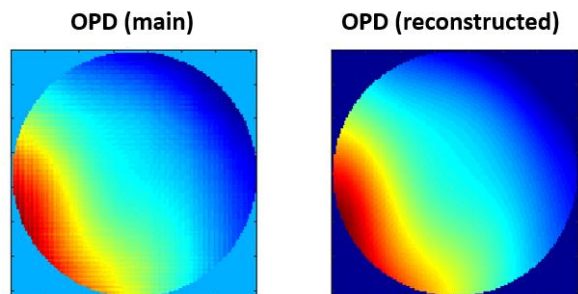
در ادامه، خطای جبهه موج یا OPD را برای این چشم بررسی کردیم. در شکل ۴ الف، OPD را برای این چشم و با قطر مردمک ۵ میلی‌متر و کد رنگی استاندارد نشان داده‌ایم. همان‌طور که می‌بینیم به علت ابیراهی‌های مراتب بالاتر نایک‌نواختی‌های زیادی وجود دارند.

<sup>1</sup> Inverse Matrix fitting

مطابق شکل، بعد از عمل مقدار این ابیراهی‌ها به میزان قابل توجهی کاهش داشته است. ابیراهی‌های کوما و تترافویل کاهش شدیدی تجربه کرده‌اند که نتایج آزمایشگاهی هم این را تایید می‌کند. ابیراهی کروی مطابق نتایج آزمایشگاهی بعد از عمل کمی افزایش پیدا کرده است. همچنین از شکل مشخص است که مقدار جمله ۱۳، که مربوط به ابیراهی آستیگمات نامنظم (آستیگماتیسم ثانویه عمودی) است کمی افزایش داشته‌اند. در داده‌های کلینیکی این ابیراهی کاهش بسیار کمی داشته است. در نهایت مقدار مجذور مربعی ابیراهی‌های مراتب بالاتر<sup>۱</sup> (جملات ۶ تا ۱۴) برای تمامی حالات محاسبه شدند. مقدار این پارامتر در نتایج واقعی کاهش ۷۷/۷٪ ای ابیراهی‌های مرتبه بالا را نشان می‌دهد و در نتایج برنامه‌های قبل و بعد بیمار هم این ابیراهی‌ها ۸۲/۴٪ کاهش داشته‌اند و میزان این تغییرات تقریباً مشابه است. همان‌طور که در قبل هم اشاره شد، دلیل این تفاوت کم در نتایج را در مدل ساده استفاده‌شده برای سایر سطوح ساختاری چشم، مانند عدسی، و صرف نظر کردن از ابیراهی‌های داخلی چشم می‌بینیم.

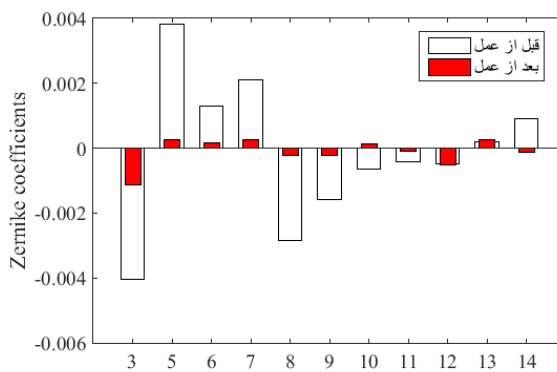
### بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از داده‌های توپوگرافی قرینه یک مدل ۳ بعدی بر اساس روش تعقیب پرتو و قانون اسنل در ۳ بعد برای مدل کردن کاربرد اپتیکی چشم مبتلا به قوز قرینه توسعه داده شد. داده‌های توپوگرافی و همچنین شعاع انحنای سطوح قرینه بیمار مبتلا به قوز قرینه با استفاده از دستگاه توپوگراف استاندارد پنتاکم موجود در کلینیک استخراج شدند. مدل ارائه‌شده نقاط برخورد پرتوها به سطح بردارهای نرمال عمود بر سطح در نقاط برخورد و زاویه شکست پرتوها از سطح را محاسبه می‌کند. با این روش پرتو تا شبکه دنبال شده و شکل لکه روی شبکه و همچنین اختلاف راه اپتیکی محاسبه می‌شود. ابیراهی‌های مختلف چشم بیمار با استفاده از روش استاندارد برازش چندجمله‌ای‌های زرنیک بررسی شدند. نتایج نشان دادند که چشم بیمار به مقدار بیشتری دارای ابیراهی‌های مراتب بالاتر



شکل ۵:

چپ: OPD چشم قبل از عمل و راست: OPD بازسازی‌شده با چندجمله‌ای‌های زرنیک. ضرایب چندجمله‌ای‌های زرنیک مورد استفاده برای بازسازی جبهه موج اطلاعات لازم را در مورد انواع ابیراهی‌ها خواهند داد. ما اطلاعات چشم بیمار چند ماه بعد از عمل کاشت رینگ را گردآوری و روند قبلی را برای آن تکرار کردیم. این کار را برای مقایسه ضرایب زرنیک چشم قبل و بعد از عمل انجام دادیم. در شکل ۶، مقدار ضرایب زرنیک مهم چشم قبل و بعد از عمل نمایش داده شده‌اند.



شکل ۶: مقدار ضرایب زرنیک چشم قبل و بعد از عمل کاشت رینگ.

قبل از عمل ابیراهی‌های تریفویل و کوما (جملات ۶، ۷، ۸ و ۹) چشم به نسبت سایر ابیراهی‌های مراتب بالاتر مقدار بیشتری دارند و داده‌های ابیراهی سنج استاندارد همین نتیجه را گزارش کرده‌اند. همچنین چشم به مقدار کمتر دارای آستیگمات نامنظم است که باز هم با نتایج آزمایشگاهی می‌خواند (جملات ۱۱ و ۱۳). ابیراهی کروی، جمله ۱۲، و همچنین تترافویل، جمله ۱۴، با مقادیر گزارش شده برای بیمار تطابق دارند. باین حال مقدار ابیراهی تریفویل مورب، جمله شماره ۹، کمی با مقدار آزمایشگاهی فرق دارد.

<sup>1</sup> HOA RMS

تریفویل و کوما است که این ویژگی مختص بیماری قوزقرنیه است. همچنین شبیه‌سازی اپتیک چشم بعد از عمل کاشت رینگ در چشم نشان داد که مقدار این ابیراهی‌ها کاهش قابل توجهی داشته و بینایی بیمار بهبود یافته است. برای صحت‌سنجی نتایج به دست آمده مقدار ابیراهی‌های مختلف چشم قبل و بعد از عمل کاشت رینگ با دستگاه ابیراهی‌سنج آی‌تریس اندازه‌گیری شدند. نتایج محاسبات و شبیه‌سازی‌های صورت گرفته تطابق خوبی با نتایج این دستگاه ابیراهی‌سنج استاندارد داشتند. اختلاف اندک بین نتایج به نبود داده‌های توپوگرافی سطوح عدسی چشم و همچنین مدل ساده استفاده‌شده برای چشم ارتباط داده می‌شود.

داده‌های مربوط به سطوح عدسی چشم با استفاده از دستگاه‌هایی مانند توموگراف با نور همدوس قابل اندازه‌گیری هستند. استفاده از این داده‌ها خطای مدل را به صورت قابل توجه کاهش خواهد داد. همچنین امروزه تحقیقات زیادی روی پیش‌بینی توپوگرافی قرنیه بعد از کاشت رینگ خاص در چشم با استفاده از شبکه‌های عصبی در جریان است. اگر این پیش‌بینی به صورت دقیق صورت گیرد، مدل ارائه شده در این کار قادر است که اپتیک چشم را قبل از عمل کاشت پیش‌بینی کرده و بنابراین در انتخاب رینگ مناسب برای عمل به پزشکان کمک خواهد کرد.

### تشکر و قدردانی

نویسندگان از کادر مجرب مرکز تحقیقات سلامت بینایی به‌خاطر فراهم نمودن داده‌های مورد نیاز در این پژوهش و همچنین راهنمایی‌های ارزنده تشکر و قدردانی می‌نمایند.

## References:

- [1] J. Sugar, M.S. Macsai, What causes keratoconus?, *Cornea*. 31 (2012) 716-719.
- [2] F. Askarizadeh , H. Hashemian , F. Aslani , M. Khorrami Nejad , M. Aghazadeh Amiri , B. Khosravi , Characteristics of Posterior Corneal Astigmatism in Different Stages of Keratoconus, *Bina*. 23 (2017) 49-56. <http://binajournal.org/article-1-920-fa.html>.
- [3] F.-X. Crahay, G. Debellemanière, S. Tobalem, W. Ghazal, S. Moran, D. Gatinel, Quantitative comparison of corneal surface areas in keratoconus and normal eyes, *Sci. Rep.* 11 (2021) 6840. <https://doi.org/10.1038/s41598-021-86185-3>.
- [4] R. Kanimozhi, R. Gayathri, A survey on detection of keratoconus, *Int. J. Sci. Res. Sci. Eng. Technol.* 5 (2018) 304-309.
- [5] S.-F. Mohammadi, V. Mohammadzadeh, S. Kadivar, A.-H. Beheshtnejad, A.H. Norooznezhad, S.-H. Hashemi, Topographic typology in a consecutive series of refractive surgery candidates, *Int. Ophthalmol.* 38 (2018) 1611-1619. <https://doi.org/10.1007/s10792-017-0631-2>.
- [6] Noor Eye Hospital and Clinics. Intacs, Intracorneal ring., (n.d.). <https://www.noorvision.com/fa/>.
- [7] V. Jhanji, N. Sharma, R.B. Vajpayee, Management of keratoconus:currentscenario, *Br.J.Ophthalmol.* 95(2011) 1044-1050. <https://doi.org/10.1136/bjo.2010.185868>.
- [8] S. Schröder, T. Eppig, W. Liu, J. Schrecker, A. Langenbucher, Keratoconic eyes with stable corneal tomography could benefit more from custom intraocular lens design than normal eyes, *Sci. Rep.* 9 (2019) 3479. <https://doi.org/10.1038/s41598-019-39904-w>.
- [9] R. Fan, T.C.Y. Chan, G. Prakash, V. Jhanji, Applications of corneal topography and tomography: a review, *Clin. & Exp. Ophthalmol.* 46(2018) 133-146. <https://doi.org/https://doi.org/10.1111/ceo.13136>.
- [10] M. Mühlaupt, S. Dietzko, J. Wolffsohn, S. Bandlitz, Corneal topography with an aberrometry-topography system, *Contact Lens Anterior Eye*. 41 (2018) 436-441.
- [11] L.N. Thibos, Representation of Wavefront Aberrations, (2007).
- [12] G.R. Fowles, Introduction to modern optics, Courier Corporation, 1989.
- [13] T.-C. Poon, T. Kim, Engineering optics with Matlab®, World Scientific Publishing Company, 2017.
- [14] J.E. González-Correa, A.L. Padilla-Ortiz, A. Jaimes-Nájera, J.P. Trevino, S. Cháez-Cerda, Generalization of ray tracing in symmetric gradient-index media by Fermat's ray invariants, *Opt. Express*. 29 (2021) 33009-33026. <https://doi.org/10.1364/OE.440410>.
- [15] J. Restrepo, P.J. Stoerck, I. Ihrke, Ray and wave aberrations revisited: a Huygens-like construction yields exact relations, *J. Opt. Soc. Am. A*. 33 (2016) 160-171. <https://doi.org/10.1364/JOSAA.33.000160>.
- [16] G. Kundu, R. Shetty, R. Ranade, D. Trivedi, V.G. Lalgudi, R.M.M.A. Nuijts, S. Annavajhala, P. Khamar, Repeatability and Agreement of a New Scheimpflug Device and a Hartmann-Shack Aberrometer With a Ray-Tracing Aberrometer in Normal, Keratoconus, and CXL Groups, *J. Refract. Surg.* 38 (2022) 201-208. <https://doi.org/10.3928/1081597X-20220110-01>.
- [17] G. Labuz, D. Varadi, R. Khoramnia, G.U. Auffarth, Progressive-toric IOL design reduces residual astigmatism with increasing pupil size: a ray-tracing simulation based on corneal topography data, *Biomed. Opt. Express*. 12 (2021) 1568-1576. <https://doi.org/10.1364/BOE.417894>.
- [18] S. Schedin, P. Hallberg, A. Behndig, Three-dimensional ray-tracing model for the study of advanced refractive errors in keratoconus, *Appl. Opt.* 55 (2016) 507-514. <https://doi.org/10.1364/AO.55.000507>.

- [19]T. Murphy, Experimental Techniques, (2011).  
<https://tmurphy.physics.ucsd.edu/phys121/phys121.html>.
- [20]V. Argueta, Interpreting Lens Spot Diagrams, (n.d.).  
<https://www.opticsforhire.com/blog/interpreting-spot-diagrams>.
- [21]V. Lakshminarayanan, A. Fleck, Zernike polynomials: a guide, J. Mod. Opt. 58 (2011) 545-561.
- [22]J.E. González-Correa, V. Coello, A. Garza-Rivera, N.P. Puente, S. Cház-Cerda, Three-dimensional raytracing in spherical and elliptical generalized Luneburg lenses for application in the human eye lens, Appl. Opt. 55 (2016) 2002-2010. <https://doi.org/10.1364/AO.55.002002>.
- [23]B. Vojniković E. Tamajo, Gullstrand Optical Schematic System of the Eye--Modified by Vojniković & Tamajo, Coll. Antropol. 37 (2013) 41-45.
- [24]J. Einighammer, T. Oltrup, T. Bende, B. Jean, The Individual Virtual Eye: a Computer Model for Advanced Intraocular Lens Calculation, J. Optom. 2 (2009) 70-82.  
<https://doi.org/https://doi.org/10.3921/joptom.2009.70>.